やまぶき４
田舎の和算研究の個人通信
（題字　伊藤武夫氏）

第56号　平成三〇年(二〇一八)一〇月九日
発行部数　十五部　（不定期刊行）
発行者　東京都羽村市　山口　正義

城の石垣の曲線

石垣のある風景は、日本の原風景の一つのような気がします。私の住む羽村にも多摩川寄りに行くと結構石垣があり、その景色に魅せられます。青梅線の二俣尾駅近くにある海禅寺の石垣は、城の石垣の趣があり素晴らしい景観を呈しています。「荒城の月」を想い浮かべる時には、石垣はなくてはならないものです。城の石垣は規模もさることながら、大小の石の組み合わせや傾斜の具合などでひときわ見る者を楽しませてくれます。

さて、昨年の四月十六日に見たＮＨＫスペシャル「熊本城再建　サムライの英知を未来へ」のことを記したい。それは熊本地震で被災した熊本城の石垣のことが主題でした。見た直後は、そこに出て来た数式を使って具体的に計算をしてみて、「なるほど」と思っただけでしたが、今になって、やはり少し纏めてみようかと思うようになりました。

一、放送の概要

熊本城は熊本地震（平成二十八年四月十四日）で櫓など13棟が損壊、石垣は50ヶ所が崩落し、崩れた石垣の石は2万以上になり、戦後最大の文化財被害と言われる。

飯田丸五階櫓は多くの石垣が崩落し、残り一筋の石垣で踏みとどまったが、建物は55㎝たわんだという。一方で東十八間櫓は建物が石垣ごと崩落している。

ところが、宇土櫓は築城当初に建てられたもので最も古いにも拘わらず地震に耐え、二様の石垣もほとんど変形が見られなかった。

石垣は明治以降に（修復などで）築かれたものは31％損傷したのに対して、築城当初のものは10％しか損傷しなかったという。

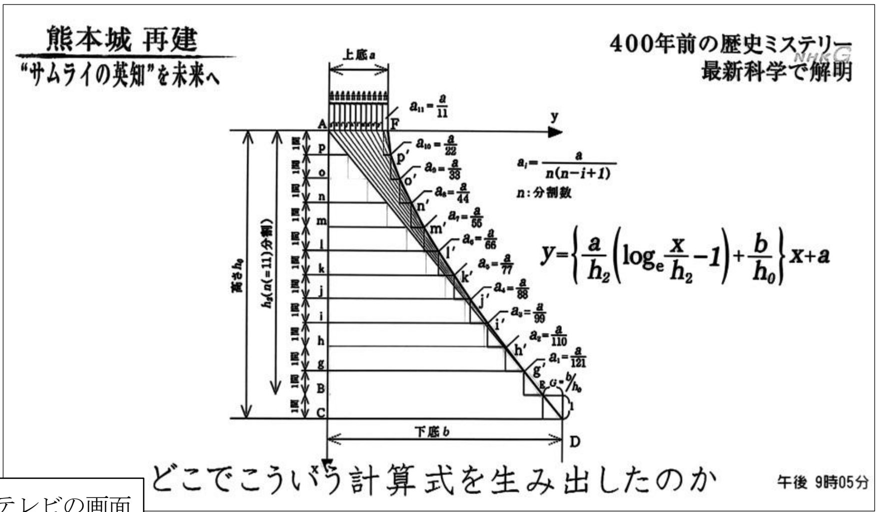
熊本城を最初に建てたのは加藤清正。秀吉に仕えた勇猛果敢の武士で知られるが、築城の名手でもあった。

清正が築いた石垣を分析すると積み方に工夫が見られるという。例えば天正四年(一五七六)築城の信長の安土城の石垣は地面に対して平行に石垣が積んであるが、慶長四年(一五九九)に建てられた清正の熊本城の石垣は斜面に対して垂直になるように組んであり、地震で揺れてもかかる力が分散し石が外に飛び出しにくいという。

熊本城の石垣は高いところほど急勾配になり曲線状に反り返っている。石垣が反り返るのは、城攻めの武者を跳ね返すように見えるので「武者返し」と呼ばれ、それは今まで防衛のためと思われていたが、地震対策のためだという説が浮上してきている。

『石垣秘傳の書』のことが語られている。同書には、「ノリ」（斜面のこと）という言葉が頻出する。設計にあたり高さが等しい直角三角形を用い、直角三角形の底辺を長くすると、当然「ノリ」の部分の斜辺がなす角度が小さくなり、短くすると斜辺がなす角度が大きくなる。石垣を組むとき、上にいくにつれて三角形の底辺を短くしていけば、反り返るようになる。斜面を反り返らせることで、地震で揺れた時、面にそって力がかかるので石が外に飛び出しにくくなっていて、これを現代の数式で示しています（次頁のテレビ画面）。

清正はどうして「武者返し」を作ったのか。一五九三年の朝鮮出兵で朝鮮に渡った清正は西生浦倭城(ソセンポわじょう)を建てているが、この石垣は斜面が直線状だった。清正は一五九九年に熊本城を立てるが、この六年の間に「武



テレビの画面

者返し」を創出したことになる。この間の一五九六年九月五日の慶長伏見地震では伏見城が全壊し、死者千人ともいわれた。清正はこれを目の当たりに経験し、地震対策の必要性から石垣の積み方を工夫させ「武者返し」ができたという訳だ。そして伏見城の全壊を経験した石積職人を連れ熊本城石垣を築かせた。

一方、反り返った石垣は熊本地震に耐えたが、石垣が徐々に膨らみ崩落する現象も発生した。石垣の内側には栗石という石が詰められていて地震の揺れを吸収する働きがあるが、余震の影響で栗石が下の方に沈み込み石垣を外へ押し出して膨らむのだという。

元和五年（一六一九）、及び寛政二年(一六二五)の地震のとき、同じように石垣が膨らんだことがあり、当時の当主細川忠利は修復工事を実施。角に大きな石を使い石同士が接する面積を大きくして安定させたという。


熊本城の二様の石垣（左は細川忠利の石垣、右は加藤清正の石垣、写真はネットより）

二、『石垣秘傳の書』

さて本論。既述の『石垣秘傳の書』⑴は寛保三年(一七四三)四月、熊本藩細川家の穴太(あのう)である北川作兵衛が中西善助という人の懇望に応じて家業の秘伝を伝えたものという。穴太とは石垣の構築に従事した技術集団で穴太衆とも呼ばれ、本貫は近江国穴太（大津市坂本）であった。

奥書には、作兵衛の祖父らは清正から知行を与えられ穴太として熊本城普請に携わり、父は江戸城普請に、作兵衛本人は江戸川普請に穴太として参加したということだが、『石垣秘傳の書』の中の「ノリ・ソリ割方之事」は「清正が求め、石垣を築いた職人たちが書き残したと伝える」と番組は解説している。ともにノリは「矩」、ソリは「反り」という。石垣の斜面のことのようだが、ノリは後述の計算では斜面を構成する三角形の底辺の長さを指している。まず全文を示す。

「　ノリ・ソリ割方之事

高サ拾間ノ石垣ニ四分ノ打出シト云時、六ニ四ヲ掛レハ二丈四尺ノ打出ト知ル。五ノリト云時、六ニ五ヲ掛レハ下一間ニテ三尺ノリト云。此三尺ヲ高十間ニ掛レハ三丈ト成ル。此三丈ノ内ヨリ、打出シ二丈四尺ヲ引、六尺残ル。此六尺ヲ高ク間ニ割ハ、一間ニツキ六寸六分ニアタル。此六寸六分ヲ又九間ニ割レハ、七分三厘ニアタル。此七分ヲ下一間ノノリ三尺ノ内ニテ引ハ、〆二尺九寸三分、二間メノノリニ成。又六寸ヲ高八間に割ハ、八分ニアタル。此八分ヲ二間メノノリノ内ニテ引ハ、二尺八寸五分、三間メノノリト定。又六寸六

分ヲ高七間ニ割ハ、九分ニアタル。此九分ヲ三間メノノリノ内ニテ引ハ、〆二尺七寸六分、四間メノノリニ定。如是撫十間迄割付レハ、六尺ノ余リ皆トリカヘスナリ。是ヲカ子ヲトリモドストモ、又ヲコストモ云ナリ。ソリハ六尺モドル時ハ、三尺ノソリト知ルベシ。ソリハモドルカ子ノ半分、ソリニ成ト心得ベシ。又右ニ書ル大カ子、十段ノ内、何レニテモ、又高十間ニテモ、此割付ケニテ埒明ナリ。」

表　高さ10間（6丈），4分の打出，5分ノリのモドル曲尺と矩

（『石垣秘伝之書』より作成）

4分の打出　6丈(10間)×0.4＝2丈4尺(端張に相当)

5分ノリ(矩)　6尺×0.5＝3尺(下1間分の1間につき3尺のノリの意)

3尺(下1間分のノリ)×10(間分)＝3丈(2丈4尺(端張)と6尺(余り)分)

3丈－2丈4尺(端張)＝6尺(10間分の「反り」)

6尺÷9(間分)＝0.666→6寸6分(9間分を等分した場合の「勾配」分)

	本高さ1間ごとのノリ	各1間分の「勾配」配分率	
1間目	3尺	6寸6分÷9(間分)＝0.733	7分
2 〃	3尺　－　7分＝2尺9寸3分	〃　÷8(間分)＝0.825	8分
3 〃	2尺9寸3分－　8分＝2・8・5	〃　÷7(間分)＝0.942	9分
4 〃	2・8・5　－　9分＝2・7・6	〃　÷6(間分)＝1.1	1寸1分
5 〃	2・7・6　－1寸1分＝2・6・5	〃　÷5(間分)＝1.32	1寸3分
6 〃	2・6・5　－1寸3分＝2・5・2	〃　÷4(間分)＝1.65	1寸6分
7 〃	2・5・2　－1寸6分＝2・3・6	〃　÷3(間分)＝2.2	2寸2分
8 〃	2・3・6　－2寸2分＝2・1・4	〃　÷2(間分)＝3.3	3寸3分
9 〃	2・1・4　－3寸3分＝1・8・1	〃　÷1(間分)＝6.6	6寸6分
10 〃	1・8・1　－6寸6分＝1・1・5		

この説明も文献(1)から次の様に引用する。この内容は左の表と図に纏めることができるが、簡単に補足説明をしたい。

「四分の打出(うちだし)」は、十間、つまり六丈に四分(〇・四)を掛けて二丈四尺(ＡＢ間)を求めること。「五ノリ」は六尺に五分(〇・五)を掛けて三尺となること。この三尺は本高さ(十間)のうち下一間分のノリが六尺(一間)につき三尺のノリ(六尺の高さと三尺の底辺によりできる直角三角形という意味。従ってここではノリは底辺の長さ)という意味。従ってＡＥ間には合計十個の三角形が1・2・3・・・10のように積み重なる。それが十間の石垣のＡＢ間、ＢＤ間の幅三丈分に相当する。ＡＤ間の三丈から「四分ノ打出」＝端張(はたばり)の二丈四尺を引いた残りの六尺は反りをつけるための基礎数値の意に解せる。

下一間目のノリが三尺は既述通りだが、二間目以上のノリの算出を記す「此六尺ヲ高ク間ニ割ハ、一間ニツキ六寸六分ニアタル」は六尺を残りの九間で割れば一間につき六寸六分(六厘以下切捨)になると解す。そして二間目の

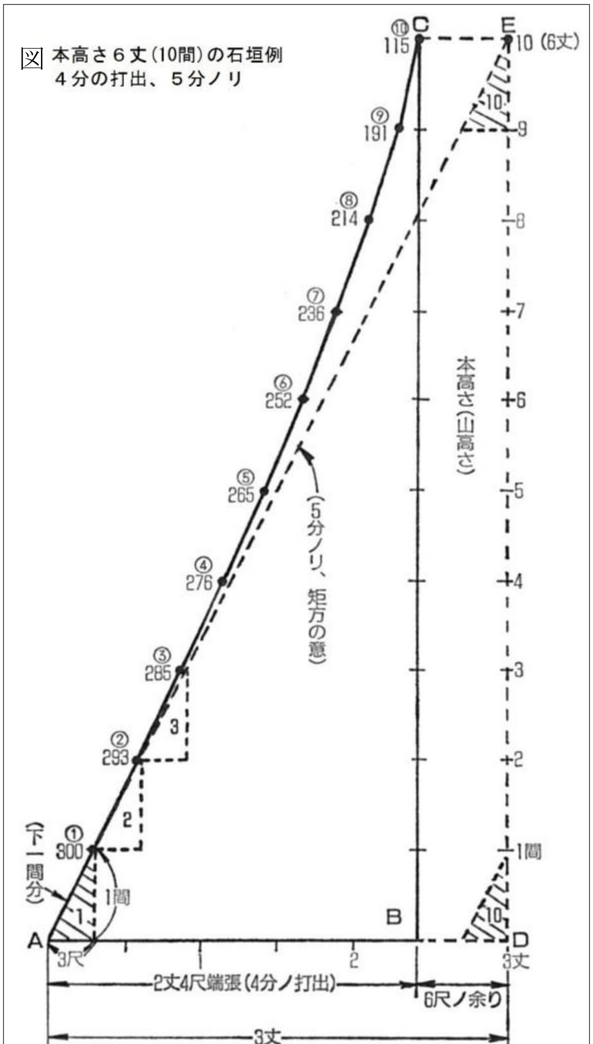


図　本高さ6丈(10間)の石垣例
4分の打出、5分ノリ

ノリはこの六寸六分をまた高さ九間の九で割れば七分三厘となるが、その七分(三厘以下切捨)を下一間のノリの三尺から引いた二尺九寸三分が二間目のノリになる。三間目のノリは六寸六分を高さ八間の八で割れば八分となり、これを二間のノリの二尺九寸三分から引いて二尺八寸五分となる。このようにして、十間目までのノリを求めることになる。

以上のことを漸化式で示せば左の①式のようになる。さらに一般化した式で示せば②式のようになる。

本高さを h とし、それを10分割してできる小三角形の底辺(ノリ)を c_i としたとき、$d=\frac{1}{10}\times\frac{h}{9}=\frac{0.1h}{9}$ とすると、

$$\begin{cases} c_i=\frac{h}{2\times 10}=\frac{h}{20} & (i=0) \\ c_i=c_{i-1}-\frac{d}{10-i} & (10>i\geq 1) \end{cases} \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

図で本高さ h を n 等分し、AD＝b、CE＝BD＝a、$d=\frac{a}{n-1}$ とすれば、一般式は次のようになる。

$$\begin{cases} c_i=\frac{b}{n} & (i=0) \\ c_i=c_{i-1}-\frac{d}{n-i} & (n>i\geq 1) \end{cases} \quad \cdots\cdots ②$$

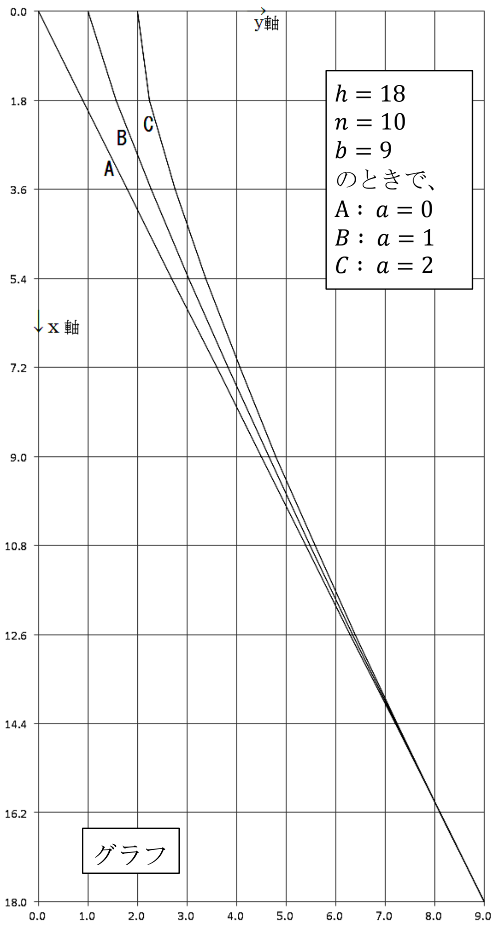
連続関数は以下のようになる。

但し、x 軸は垂直で、y 軸は水平にとってある。

$$y(x)\begin{cases} =a & (x=0) \\ =a+\frac{1}{h}\left\{(b-a)x+ax\log_e\frac{x}{h}\right\} & (x>0) \end{cases} \quad \cdots ③$$

②式は勿論離散的なものだが、これを文献(2)は現代数学で連続的な関数として③式のように導いている。この式はテレビ画面に出てきた式と基本的に同じものである。結果として、『石垣秘傳の書』のノリ・ソリによる手法と現代の数式と合致することになる。

なお、グラフは③式を使って本高さを10等分したときの各値を求めたものである。



グラフ

三、和算との関係

既述の様に熊本城が築城されたのは慶長四年。一方、我が国最古の数学書である『算用記』が刊行されたのは慶長五年(一六〇〇)前後といわれる。『算用記』は初歩的な内容であり、当時『石垣秘傳の書』にあるような数列まで扱っていたとは思われない(根拠はないが)。『石垣秘傳の書』自体の作成は一七四三年で聞き書きした年代で、「ノリ・ソリ割方之事」が熊本城築城当時のものかは言い伝えのみで確証性に少し欠ける。

それでも、①式に合っているとすると、穴太衆の中に数列的な考えを持っていた人がいたことになる。そうでなければここまで一致するのは難しい。やはりすごい。

【参考文献】

(1)北垣聰一郎『石垣普請』(法政大出版、1987年)
(2)柳井浩「石垣の曲線」(『オペレーションズ・リサーチ』、1988年6月号)