やまぶき

埼玉北西部の和算研究の個人通信
（題字　伊藤武夫氏）

第５号　平成二六年(二〇一四)四月二〇日
発行部数　十五部　　　（不定期刊行）
発行者　東京都羽村市　　山口正義

吉沢恭周の墓

埼玉の算学の開拓者とも言われる上里町の吉沢恭周の墓を訪ねたのは一年前の三月でした。

恭周は奥州二本松藩に仕えた上野以一という人物に師事したといわれますが詳細は不明のようです。恭周の門人には上毛算学の祖といわれる群馬・板鼻の小野栄重や群馬・玉村町の木暮武申(たけのぶ)がいます。その小野栄重からは代島久兵衛や剣持章行が出ています。藤田貞資も小野から一時学んでいます。こういったことから恭周は埼玉算学の開拓者と言われるのでしょう。

恭周のお墓は上里町勅使河原大日堂の吉沢家墓地にあったとされますが、今はその墓地の墓誌に「天壽齋一翁道算居士　文化十三年子十一月二十四日」と記すのみです。

ところで、恭周の著に『薯蕷穿塵劫記』(いもほりじんこうき)（寛政九年）というのがあります。薯蕷(いも)とは辞書によれば「とろろ」とありますが、恭周は敢えて田舎臭い名称にしたのでしょうか。

吉沢家の墓誌（一番右側に天壽齋一翁道算居士とあります）

この書物の名前は上里町のＨＰに載っていたので知ってはいましたが、野口先生がそのコピーを持っていましたのでお借りしてコピーさせて頂きました。

内容は比例算を中心に実用算が多いようです。利足(息)算では『精要算法』の中から持ってきている問題もあります。川除御普請算や簡単な図形問題もありますが、円に関する少し上級な図形問題もあります。但し、「此解下巻委」というような表現もあり、「下巻」があるようですが詳細は不明です。序文の解読は未だ七割ほどです。

〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜

『算法求積通考』の序文と跋の訓読

『算法求積通考』については第４号で紹介し、長谷川弘の序文もネットから得た内容を紹介しました。以下はその続き（島野達雄氏のＨＰ）です。

なお、山口和の序文は野口文庫の求積通考にはありません。つまり同じ『算法求積通考』でも序文の構成については二種類あるということになります。

山口和は最も有名な遊歴和算家、跋の津田宜義（秋田義一）・佐藤解記は長谷川寛の高弟です。内容はどれも私にとって難。

山口和の序

語に曰く、諸(これ)を草木の区してもって別あるに譬う。これ師、弟子を待つ(=持つ)の方(=方法)、古今一轍(いってつ=一筋)。先進、これを問えば、すなわち応ずること蘊奥妙旨をもってす。後進これを問えば、すなわち応ずるこ

と普通庸術(=凡庸の術)をもってす。その学の至るところを試さんと欲するも、またしかり。而してその妙奥に至れば、すなわち明敏達識に非ざるより、これを暁(さと)ることあたわず。いわんや浅学、なんぞその骨髄を知り得んや。わが師、西磻翁、数学をもって世に鳴り、理論明晰、古今の蓋(それ)一人なり。愚の浅識、なんぞ妙旨をうかがい得ん。ただその論ずるところの精微、意、ひそかに感嘆するのみ。もし識者、これを問えば、必ず妙を発す。愚、かつて先生に親炙(しんしゃ)するに年あり。文化丙子(文化 13 年(1816))より四方に遊歴し、春秋六年、あまねく海内の算士に遇(あ)い、而して問答して未だ先生の如きを見ず。しかればすなわち先生は天下の達算なり。愚、かく明師を得て、これを学ぶ。その術の遺(すつる、わする、のこす)なしといえども、ひとり性の不敏をいかんせん。未だ先生の妙奥を見ることあたわずして、先生、逝く。ここにおいてこの道の従廃するを恐る。いま、すなわち磻渓子 、出ず。而してよく先人の緒(=仕事、系統)を修め、ますます家学を盛んにし、解術、詳悉(しょうしつ=詳細)。世に言う、先生、ふたたび起こると。また喜ばしからずや。ここに学友、内田氏、算書五巻を編輯し、もって訂を磻渓子にこう。巻を開けば、すなわち精妙、顕然たり。鳴呼、先師の学、いよいよ盛んにして、ますます密。愚、楽しんで序す。

天保十五年甲辰晩秋、越後水原、坎山(かんさん)山口和、誌す。

津田宣義の跋

求積通考

西磻(せいはん)先生いわく、方円究理の術たるや、人もし一題を学んで、よくその理をきわめれば、すなわち百千題といえども、またおのずからその起源を知る。いやしくも一題を学んで、その理を悟らざる者は、百千題を学んで、また知ることあたわず。なんとなれば、その理、一にして、起源、あい等しきゆえなればなり。求積の一書、けだしその術なり。よくその理を究めれば、すなわち学ばずして、その術を得る。よりてその書を世に公にせず、暫く上梓を停(とど)む。もって、引きて発せずに存するの教えなり。先生のごときは、まさに悟入すべし。衆人なんぞよく然(しか)らん。ゆえにその理を悟らず、方円究理の起源に書に苦しむは、多からずとなさず 。いま社友、この篇を輯録し、もって学者に示す。名づけていわく算法求積通考と。それ方円究理の術において、謂(い)いつべし、その蘊奥(うんのう)を究むと。しかれば世、あるいはいまだ通暁をえざるものあらば、もしこれによりて悟入せば、すなわち思い半ばを過ぐ 。

天保甲辰の秋八月、津田宣義、識す。

佐藤解記の跋

管子いわくこれを思い、これを思うてえず、鬼神これを教ゆ。鬼神の力にあらざるなり。その精気の極みなり。この言、はなはだ数理の秘訣に似たるあり。かの円理のごときは、数学の蘊奥(うんのう)にして、算家の難(かた)きところ。いわゆるこれを思いこれを思い不得の術なり。適(たまたま)よくこれを得る者あれば、その理を説(と)くなり。下学(かがく=高等な学問をしていない人)は弁ぜず(=言うまでもない)。かえって術の当否に迷う。はなはだしきものは、すなわち言う、果たして知るべからずと。ついにその学を廃するに至る。難(かた)きかな、かの精気の極みを研(みが)き、もってその術の妙を知るは。新刻求積通考は、岳湖内田氏の撰なり。巻中すべて円理の原由をつまびらかにし、法を設けることの奇、術路の簡、じつに鬼神の教えを踰(こ)ゆ。内田氏のこの挙あるや、なんぞこれを思い得ざるの徒をして、よくその精気の極みを研(みが)きしめんと欲(ほっ)するに在(あ)らざるや。余、謂(おもえ)らく、ここに編、もし斉桓(せいかん=斉の国の桓公)の時になれば、管仲(かんちゅう=管子)必ず、岳湖子、まずよくわが心術を得たりと言わん。

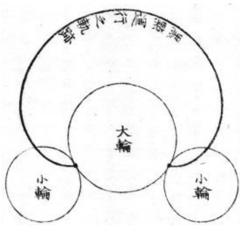
天保十五年甲辰の秋、越後小千谷、佐藤解記、識す。

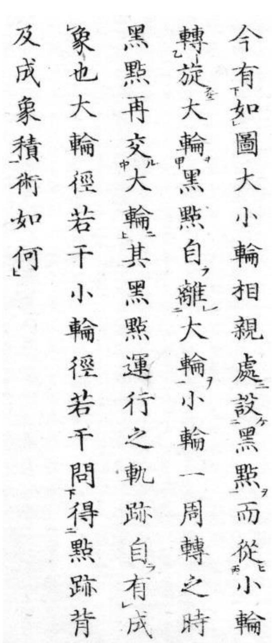
『算法求積通考』のエピサイクロイド

１．はじめに

『算法開蘊』にある戸根木格斎のエピサイクロイド（外擺線（はいせん））の問題が理解できないまま気になっていましたが、『算法求積通考』（第４号で紹介済）巻５の第 103 條にエピサイクロイドの問題があることを知りましたので、少し検討してみました。

２．問題の内容



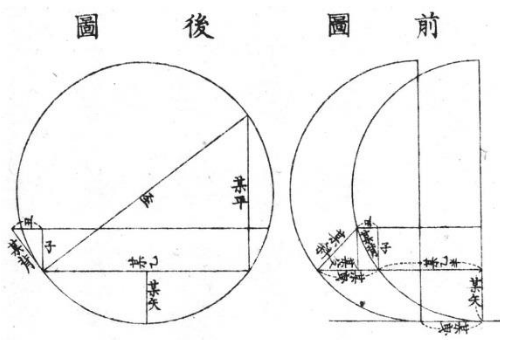

今有如圖大小輪相親處設黒點而從小輪轉旋大輪黒點自離大輪小輪一周轉之時黒點再交大輪其黒點運行之軌跡自有成象也大輪徑若干小輪徑若干問得點跡背及成象積術如何

大輪の周上を小輪が回転するとき、小輪の周上の一点が描く軌跡の長さ（点跡背）とその軌跡と大輪に囲まれた部分の面積（成象積）を求める問題です。

３．点跡背を求める

1. $\dfrac{\text{小}}{\text{截}}$を子とす　　小輪、大輪の径を小、大とす

2. 第97條の解中から丑及某矢某背を挙る



$\dfrac{\text{某段数}}{\text{截数}}=\text{天}$　及び比例式等

3. $\dfrac{\text{子}\times\text{小}}{\text{某乙}}-\dfrac{2\times\text{子}\times\text{天}\times\text{小}}{\text{某乙}}=\text{丑}$

4. 天×小＝某矢

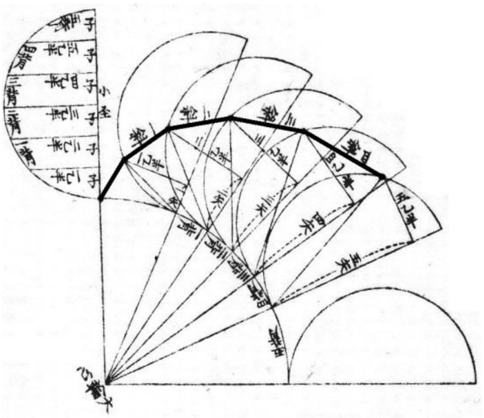
5. $\dfrac{\text{子}\times\text{小}}{\text{某乙}}=\text{某背}$

6. $\text{大}^2-\text{某背}^2=\text{寅}^2$

こういった式が 53 まで続き、54 で某斜を次のように求めています。

54. $\dfrac{2\times\sqrt{\text{天}}\times\text{小}\times\text{子}\times(\text{大}+\text{小})}{\text{大}\times\text{某乙}}=\text{某斜}$

下図の太線は某斜の連続を示していますが、これは離散的ですから、分割を無限にするために「積分」を行っています。



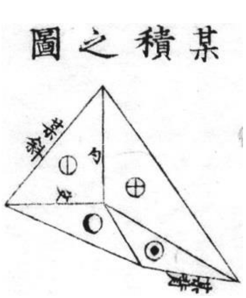
原文は次のようにあります。

55. 子を解き乙除奇乗表に依て是を畳み某斜の畳数とす

そして最終的に点跡背を次のように求めています。

57. $\dfrac{4\times\text{小}\times(\text{大}+\text{小})}{\text{大}}=\text{点跡背}=\left[\dfrac{8b(a+b)}{a}\right]$

４．成象積を求める



成象積は、分解した三角形の集合として一旦求め、それを積分しています。

某積を次のように求めています。

69. $\frac{子\times(大+小)\times某乙}{大\times2}+\frac{天\times子\times小^2}{某乙}+\frac{2\times子\times天^2\times小^2\times(大+小)}{大\times某乙}=某積$

積分については次のようにあります。

70. 子を解き偶乗乙表及乙除偶乗表に依て
是を畳み成象積とす

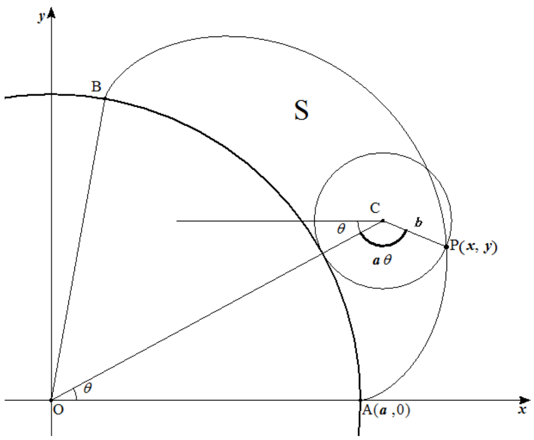
最終的に次のように求めています。

71. $3\times小^2\times円積率+\frac{2\times小^3\times円積率}{大}=成象積$
$=\left[\pi b^2\frac{3a+2b}{a}\right]$

５．まとめ

途中省略してしまったため、わかりずらいと思いますが（私も理解できない部分があります）､厳密に作図して軌跡の長さや面積を求めていることに驚きます｡最後は無限小(大)の概念を使い、それまでに求められている積分表（巻２に述べられています）を使って正解を導いています。

なお、現代数学で公式に従って解けば次のようになります。



定円の中心を０、半径をa 、動円の半径をb とすると、

$$x=(a+b)\cos\theta-b\cos(\frac{a+b}{b}\theta)$$

$$y=(a+b)\sin\theta-b\sin(\frac{a+b}{b}\theta)$$

これから弧APBの長さを求めると、

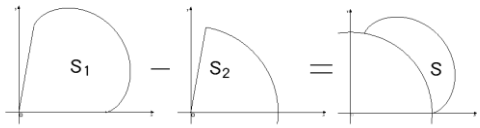
$$L=\int_0^{\frac{2\pi b}{a}}\sqrt{\left(\frac{dx}{d\theta}\right)^2+\left(\frac{dy}{d\theta}\right)^2}\,d\theta$$

これを解くと、

$$L=\frac{8b(a+b)}{a}$$

となります。

また面積は次のように考えると、



$$S_1=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{2\pi b}{a}}\left\{x\frac{dy}{d\theta}-y\frac{dx}{d\theta}\right\}d\theta$$

$$S_2=\frac{2\pi b}{2\pi a}\cdot\pi a^2=ab\pi$$

となり、これを解いて

$$S=S_1-S_2=\pi b^2\frac{3a+2b}{a}$$

となります。

〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜

編集後記

いよいよ良い季節になってきました。山歩きにも史跡巡りにも､もってこいの時期です。また和算家の事跡を訪ねたいと思っています。

『算法求積通考』の津田宜義の跋を紹介しましたが､その冒頭には次のようにあります。

もし一題を学んで、よくその理をきわめれば、すなわち百千題といえども、またおのずからその起源を知る。いやしくも一題を学んで､その理を悟らざる者は､百千題を学んで、また知ることあたわず。なんとなれば、その理、一にして、起源、あい等しきゆえなればなり。求積の一書、けだしその術なり。

自分はどうかというと恥ずかしい限りです。