

やまぶき

埼玉及び近郊の和算研究の個人通信
(題字 伊藤武夫氏)

2

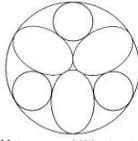
鴻巣市の算額 (二)

四、薬師堂の算額の解説と解法

前号で薬師堂の算額まで述べました。ここではその解説と解法を述べます。三問です。

【一問目】

今有如圖設外圓容其内側圓三小圓三只言側圓長徑三寸短徑二寸問外圓徑幾何



答曰外徑六寸二分毫厘四毛余
術曰置九拾三個開平法得商一加入九個ヲ以三個除之得外圓徑合問

三つの側円は図のように外円に接し且つ側円同士が接している。また三つの側円の長軸の延長は外円の中心で交わる。側円の長径が3、短径が2のときに外円径は幾つかというもの。この問題は側円と外円の関係で決まり、小円は関係しない。騎西町(加須市)の雷神社の算額(明治八年)はこの小円のない問題『埼玉の算額』となっています。

この問題は側円の数をnとして解けます。

側円の数をnとすれば、図1で

$$a = \frac{\pi}{n} \text{ だから、} d = 2htan \frac{\pi}{n} \dots ①$$

一方、二等辺三角形内の側円については、図2で次の関係がある。

$$a^2h = d^2h - d^2b \dots ② \text{ (証明略)}$$

また、 $x = 2h \dots ③$

①②③より

$$Ax^2 - 2bAx - a^2 = 0, \text{ 但し } A = \tan^2 \frac{\pi}{n}$$

$$\therefore x = b \pm \sqrt{b^2 + \frac{a^2}{A}}$$

$n=3, a=2, b=3$ を代入して

$$x = 3 + \sqrt{\frac{27+4}{3}} = \frac{9+\sqrt{93}}{3} = 6.214\dots$$

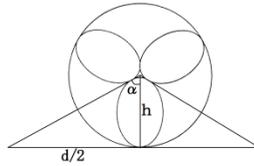


図1

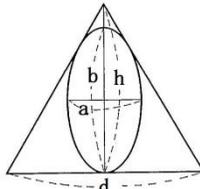


図2

答は外径6.214…。術文(計算)は、93を置き平法に開き、それに9を加え、これを3で除し外円径を得る、とあります。

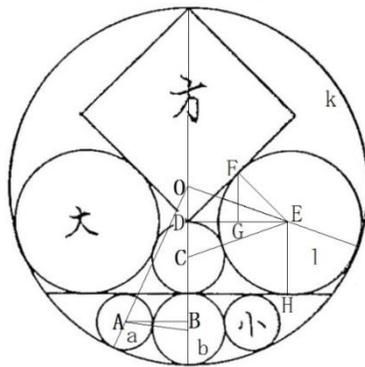


図3

図3で考える。

(1) $\triangle OAB$ に注目して

$$\frac{1}{4}(k-a)^2 = \frac{1}{4}(k-2b+a)^2 + ab$$

$$\therefore b^2 - kb + ka = 0 \dots ①$$

(2) $\triangle ODE$ に注目して

$$\left(\frac{k-l}{2}\right)^2 = bl + \left(\frac{k-l}{2} - b\right)^2$$

$$\therefore k = b + 2l \dots ②$$

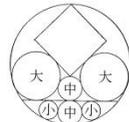
(3) $\angle FDG = 45^\circ$ 、従って $FD = FE = \frac{l}{2}$

$$\triangle FDG \text{ で、} \left(\frac{l}{2}\right)^2 = 2\left(\frac{\sqrt{bl}}{2}\right)^2 = \frac{bl}{2}$$

$$\therefore 2b = l \dots ③$$

$$①②③ \text{ から、} b = \frac{5a}{4} = 1.25 \text{ (} a=1 \text{)}$$

図で小円径が1のとき中円径は幾つかというもの。答は1.25。術文は、小円径を置き5倍しこれを4で除して中円径を得る、とある。



【二問目】

今有如圖設全圓ヲ内線上下へ容大圓二中圓二小圓二方一只言其小圓徑一寸問中圓徑幾何

答曰中圓徑一寸二分五厘

術曰置小圓徑五之以四個除之得中圓徑合問

「算法助術」(天保12年、山本賀前)に、
 図4のように長方形に側円が4点で内接する時の関係式がある。証明は略。つまり、
 $AB=c, BC=d$, 側円の長径= a , 短径= b
 の時、 $a^2+b^2-(c^2+d^2)=0 \dots \textcircled{1}$
 この問題では、正方形になるので $d=c$,
 $a=4, b=3$ を代入して、 $c^2=12.5$
 大円の半径 R は正方形の対角線に等しいから、
 $c^2=2\left(\frac{R}{2}\right)^2 \therefore R=5$
 小円(径 d 、図5)に関しては、
 $\left(5-\frac{d}{2}\right)^2=2\left(\frac{d}{2}\right)^2$
 $\therefore d=10(\sqrt{2}-1)=4.1421356\dots$
 (術文は、 $\sqrt{17.16}=4.1424630\dots$ だが、17.16の出所は不明)

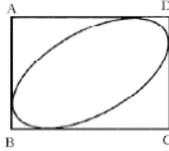


図4

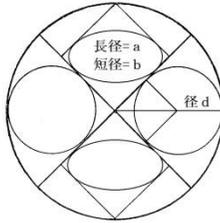
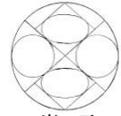


図5



【三問目】
 今有如图設大圓容内四側圓二只
 言其側圓長徑四寸短徑三寸問小圓徑
 幾何
 答曰小徑四寸一分四厘二毛余

術曰置拾七個一分六厘開平法得小圓徑ヲ合問

図で側円の長径が4、短径が3のとき小円径は幾つかというもの。答は4.142...。術文は、17.16を置き平法に開き小円径を得る、とあります。

(参考文献) 大原茂『算額を解く』他

都築利治のこと

都築利治門人は前号で述べたように幾つもの寺社に奉額しています。が、都築利治の人物像は今一つわかりませんでしたので少し調べてみました(33号大宮水川神社算額参照)。

①『埼玉苗字辞典』より

埼玉郡下種足村(騎西町)西ノ谷村久伊豆社慶応二年御嶽碑に下種足筑城伊吉。明治四年組頭都築源右衛門・三十八歳。秩父郡秩父神社明治二十年算額に埼玉郡種足村都築利治。上州榛名神社明治三十三年算額に北埼玉郡種足村都築源右衛門利治(天保五年生、明治四十一年没)。其の門人に当村都築菊造利長あり。四戸現存す。

②長谷川弘『社友列名』より

「社友列名 數學道場」(明治十二年)の見題之部には「武蔵種足 築城源右衛門利治」とあります。(写真の五行目)

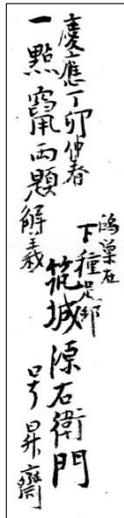
③戸根木格斎「門人帳」より

「萬延二年歳辛酉正月 式禮数学 入門 姓名録 貳番 対林堂」(対林堂は格斎の



『社友列名』の築城(↑の箇所、国会図書館HPより)

号)とある戸根木格斎の門人帳に次のよう
 にあります(野口先生より頂いたコピー)。都
 築利治は格斎にも学んでいたのだろう。



慶應丁卯仲春 下種足村
 一點竄両題解義 筑城源右衛門
 号昇齋 鴻巢在

④標識と碑文(四月二十九日訪問)

旧騎西町(加須市)中種足の都築利治の実家の入口には教育委員会設置の「指定有形民俗文化財 都築家和算用具」の標識が立っています。その記述の中に生没年が(一八五〇(嘉永三年)〜一九二五(大正十四年))とあります。①とは異なります。また敷地内に「都築先生の碑」があります。碑文を

確認しようと写真を撮らせて頂きましたが、うまく撮れず全文の確認はできませんでした。わずかに「：成人受業長谷川善左衛門氏長：主研鑽多年幸大進至天文術測：数百名皆立身成家有名声顕著者：先生温厚篤実学力豊富而……明治三十八年己二月 片山正賢撰文 新井耕作書」を確認できた程度です。

なお、②③で、筑(築)城となっているのは単なる誤字の類ではなく当時はそのように使用していた明治の改姓時に都築としたのではないかと推測し、訪問時に当主の方に聞きましたが確かにはわからないとのことでした。



都築先生の碑

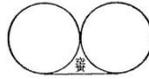
八王子市住吉神社の算額

八王子の住吉神社(片倉城跡公園内)の算額(嘉永四年(一八五二))は現存しているというので、数年前に郷土資料館に問い合わせた

ことがありますが、見学は叶いませんでした。既に劣化していて読めないということでした。そのことが頭の片隅に残っていて、ネットで見ている内に複製の算額が懸かっていることがわかりました。早速四月八日に訪ねてみると、正面右の軒下に見事にありました(写真は次ページ)。

去奉献

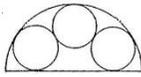
関流



如図有空責問等円圣
答 云等円圣若干

於是起本術

故本術曰置一箇減円責率余名
以乘空責二段平方開之得数
天除之得等圣合問

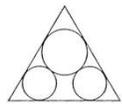


如図矢若干玄若干問等
円圣 答 云等円圣若干

矢

於是起本術

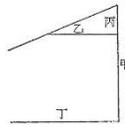
故本術云置玄幕以矢除之加矢八段名極
置玄幕加矢幕四段以極除之得等圣合問



如図三角面大円圣若干
問小円圣 答云小円圣若干

於是起本術

故本術云置三箇開平法二約之各串以除三角面幕名
置甲乘大円徑幕加乙名置三角面乘大徑倍之以減
丙餘乘甲四々名置小円圣以甲除之加三角面 段減甲因
大二段 余名自之以減丁余平方開之加戊以甲二
段除之得小円圣合問



長見

甲乙丙若干問丁
本術云置丙名天置甲乘乙以
天除之得丁合問
武州片倉
川幡元右衛門泰吉
同所
門人 鈴木新治郎泰平
同所
杉本藤吉安乘
打越
青木彦三良算考
片倉
綱木重兵衛金布
同所
森田口大良扶正

維時嘉永四辛亥夷則吉日
昭和六十二年一月吉日
復元奉納氏子中
松川忠雄謹書

一問目は外接する二つの等円と共通接線により囲まれた部分の面積(空責)を知って等円の径を求める初歩的問題です。解説は、「一を置き円積率を減じたものを天と名付け、それに空責を乗じ二倍したものを平方に開き天で除して等円径を得る」というものです。

二問目は図のように三つの等円が互いに外接し且つ大円に内接する場合、矢と弦を知って等円の径を求めるものです。解説は、「弦の二乗を矢で除し矢の八倍を加えて極と名付け、弦の二乗に矢の二乗の四倍を加え極で除して等円径を得る」というもので正しいです。

三問目は図のように正三角形内に一つの大円と二つの等小円が内接し且つ三つの円が外接する場合、三角形の一边長(三角面)と大円の経を知って小円径を求めるもの。解説は、「三を置き平法に開き二で除して甲と名付け、三角面の二乗を甲で除し乙と名付け、甲に大円の二乗を乗じ乙を加えて丙と名付け、三角面に大径を乗じ二倍し丙から減じたものに甲の四倍を乗じて丁と名付け、小(天)を正し、円積率を甲で除し三角面の二倍を加え甲に大径の二乗を乗じたものを減じて戊と名付け、その戊の自乗から丁を減じ平方に開き戊を加えそれを甲の二倍で除して小円径を得る」というものです。

解説文の数式化

1問目
 $1 - \text{円積率} = 1 - \frac{\pi}{4} = \text{天}$
 $\text{等円径} = \frac{\sqrt{\text{天} \times \text{空責} \times 2}}{\text{天}}$

2問目
 $\frac{\text{弦}^2}{\text{矢}} + 8 \times \text{矢} = \text{極}$
 $\text{等円径} = \frac{\text{弦}^2 + 4 \times \text{矢}^2}{\text{極}}$

3問目
 $\frac{\sqrt{3}}{2} = \text{甲}$ 、 $\frac{\text{三角面}^2}{\text{甲}} = \text{乙}$
 $\text{甲} \times \text{大}^2 + \text{乙} = \text{丙}$
 $(\text{丙} - \text{三角面} \times \text{大} \times 2) \times \text{甲} \times 4 = \text{丁}$
 <「多摩の算額」は次のよう
 あり誤読している。
 $(\text{三角面} \times \text{大} \times 2 - \text{丙}) \times \text{甲} \times 4 = \text{丁}$ >
 $\text{大} + \text{三角面} \times 2 - \text{甲} \times \text{大} \times 2 = \text{戊}$
 $\text{小円径} = \frac{\sqrt{\text{戊}^2 - \text{丁}} + \text{戊}}{\text{甲} \times 2}$

4問目：省略

四問目は三角形の比例関係に基づく極初歩的な問題です。図で甲乙丙が既知のとき丁を求めるものです。

住吉神社の算額を解説したものに「多摩の算額」(佐藤健一氏、昭和54年)があり、分りやすい



住吉神社の複製算額

すく解説されていますが、二問目の術文に「加矢巾」が抜けています(複製算額は正しい)。このことは実際解いてみると分かります。また三問目の「丁」の解説に間違いがあります。これも実際解いて比較してみるとわかります。四問目の術文には一文字誤植があります(複製算額も間違っています)。少し拍子抜けですが、なお掲額者のことは殆どわかりませんでした。

編集後記

「天災は忘れた頃にやってくる」とは寺田寅彦の言。だが忘れる前に熊本地震が発生。それも誰もが本震と思っていた最初の震度7(M 6.5)が本震でなく、28時間後に再び発生した震度7(M 7.3)が本震であったという異例な地震。その後の余震の大きさと発生回数も尋常ではない。被害も甚大だ。

この地震の不気味さは「中央構造線上」の巨大な連続地震ではないかという点である。過去に遡ると色々なことがわかるという。明治22年に熊本はM 6.3に襲われ発生から21日間に三百回の余震。さらに四百年前に東北や熊本で発生した大規模な地震は五年前の東日本大震災と熊本地震に類似するという。天災の歴史も繰り返すのか。自然に対して謙虚になるしかない。