やまぶき

埼玉及び近郊の和算研究の個人通信
(題字　伊藤武夫氏)

第32号　平成二七年(二〇一五)一一月二七日
発行部数　十五部　(不定期刊行)
発行者　東京都羽村市　山口　正義

今井兼庭の『円理弧背術』

一、はじめに

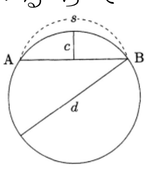
今井兼庭の『円理弧背術』については第25号で少し述べました。そこでは『明治前日本数学史』から引用して兼庭の円理についての実績を述べましたが、具体的な数式については推測で、建部賢弘や松永良弼の式と同じようなものを求めたのだろう、としました。このことが気になり、具体的にどのような式を求めたのか調べ直す必要があると思っていました。

兼庭の『円理弧背術』は七、八年前に東北大の図書館で写真を撮らせて頂きましたが、それを見てもどういう式を導いたか分かりませんでした。その筈で、全頁を撮ったつもりでいたのが実はそうではなかったことにやっと気づきました。今は仙台まで行かなくてもネットからアクセスして居ながらにして見ることができます。見比べてみると写真を撮ったのは半分以下でした。という訳でネットから得た画像情報をもとにどのような式をもとめたのか調べてみることにしました。但し、結論は理解できましたが、肝心の導き出す所は解読できませんでした。

二、『円理弧背術』の解読

最初の部分は第25号と少し重複する個所があります。「明治前日本数学史」第三巻には次のようにあります。

径d、矢cを與へて弧背冪s^2を求む。これは建部賢弘のものを少し書き加へたものである。次に弧背sを求めてゐる。



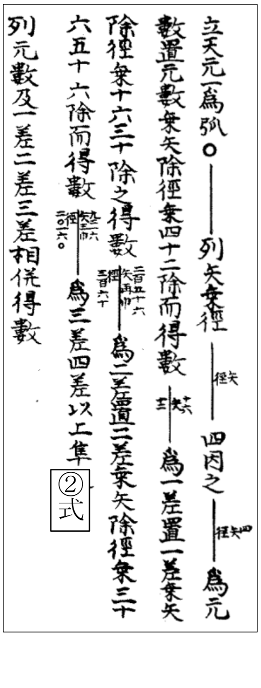
これにはs^2の公式を綴術で平方に開いて出してゐる。さらにd、sを與へてcを求むるには、s^2の公式を方程式と考へて、これを綴術で解いて出してゐる。

sの公式より円周率を出す。円内接正三角形の場合には、cは$d/4$で、弧sは円周の$1/3$であるから$d/4$をsの公式に入れたものが$\frac{\pi d}{3}$となることより、πを表す級数が得られる。

最後に弦a、径dをもってsを表す公式と、d、sからaを表す級数をも出している。

松永良弼の方円算経と如何なる関係にあるか不明であるが、sを表す級数をs^2の級数から開平方によって出したことと、s^2の級数を反転してcの級数を出したこととは注目するに足る業績である。

具体的にはどういうことだろうか。まず建部賢弘が求めた弧背冪s^2の式を①式に示す。そして兼庭が求めたものは算出経過を除くと次のように書かれていて、その解読結果は②式のように表せ①式に等しいことが確認できる。


立天元一爲弧〇――列矢乗径――四因之――爲元
數置元數乗矢除径乗四十二除而得數――爲一差置一差乗矢
除径乗十六三十除之得數――爲二差置二差乗矢除径乗三十
六五十六除而得數――爲三差四差以上準
列元數及一差二差三差相併得數
②式

次に弧背sは次のように求めていて、その解読結果は③式である。

術曰径矢相乗四因平方開見商為元数置元数乗矢除径一乗六除為一差置一差乗矢除径九乗二

十除而為二差置二差乗矢除徑二十五乗四十二除而為三差末倣之得数元数及一差二差三差各相併テ得数為弧合問

弧背 s と円径 d とから矢 c は次のように求めていて、その解読結果は④式である。この結果は松永良弼が『方圓算経』（元文四年（一七三九））の中で求めていたものと同じである。

術曰置弧冪以円徑四段除之為正元数乗弧冪除徑冪三除四除而為一差置一差負乗弧冪除徑冪五除六除而為二差正置二差乗弧冪除徑冪七除八除而為三差負置三差乗弧冪除徑冪九除一十除而為四差正置四差乗弧冪除徑冪一十一除一十二除而為五差負□倣之列正差相併得数加元数得内減負差相併得数余為矢合問

円周率は次のように求めている。その解読結果は⑤式である。

置三個為元数置元数乗一冪二除三除四除而為一差置一差乗三冪四除五除四除而為二差置二差乗五冪六除七除四除而為三差置三差乗七冪八除九除四除而為四差五差以上倣之右所得ノ元数及一二三四ノ差相併得数為徑一個ノ円周合問

徑、弧背から矢を表す級数をも出している。

最後に弦 a を d、s から求めているものを次に示す。解読結果は⑥式である。

術曰置背為元数乗背冪除徑冪二除三除為一差置一差乗背冪除徑冪四除五除為二差置二差追求之〇置元数併加偶差内併減奇差余得玄合問

兼庭が苦労して求めたことは、千葉歳胤の『天文大成真遍三條図解』の自序に「コヽニ予カ同門今井官子トイヘル者アリ。ヨク算術ニ達ス。故ニ先生（注：幸田親盈を指す）カレニ命シテ弧矢一術ノ半ナレルヲアタフ。官子コレヲウケテ心神ヲナヤマスコト三年。ツイニ其術意ヲ得タリ。眞ニ弧矢妙術ナリ」とあるが、時代的には先駆者がいて基本的には解かれていることでもある。

① $$\left(\frac{s}{2}\right)^2 = cd\left\{1+\frac{2^2}{3\cdot4}\left(\frac{c}{d}\right)+\frac{2^2\cdot4^2}{3\cdot4\cdot5\cdot6}\left(\frac{c}{d}\right)^2+\frac{2^2\cdot4^2\cdot6^2}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}\left(\frac{c}{d}\right)^3+\cdots\right\}$$

② $$s^2 = 4cd + \text{元数}\frac{c}{d}\cdot\frac{4}{12}+\text{一差}\frac{c}{d}\cdot\frac{16}{30}+\text{二差}\frac{c}{d}\cdot\frac{36}{56}+\cdots$$

$$= 4cd + \frac{16c^2}{12}+\frac{256c^3}{360d}+\frac{9216c^4}{20160d^2}+\cdots$$ （②＝①である）

③ $$s = 2\sqrt{cd}+2\sqrt{cd}\,\frac{c}{d}\,\frac{1}{6}+2\sqrt{cd}\,\frac{c}{6d}\,\frac{c}{d}\,\frac{9}{20}+2\sqrt{cd}\,\frac{9c^2}{120d^2}\,\frac{c}{d}\,\frac{25}{42}+\cdots$$

$$= 2\sqrt{cd}\left\{1+\frac{1}{2\cdot3}\left(\frac{c}{d}\right)+\frac{3^2}{2\cdot3\cdot4\cdot5}\left(\frac{c}{d}\right)^2+\frac{3^2\cdot5^2}{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}\left(\frac{c}{d}\right)^3+\cdots\right\}$$

④ $$\text{元数}=\frac{s^2}{4d}\qquad \text{一差}=\text{元数}\frac{s^2}{3\cdot4d^2}\qquad \text{二差}=\text{一差}\frac{s^2}{5\cdot6d^2}$$

$$\text{三差}=\text{二差}\frac{s^2}{7\cdot8d^2}\qquad \text{四差}=\text{三差}\frac{s^2}{9\cdot10d^2}\qquad \text{五差}=\text{四差}\frac{s^2}{11\cdot12d^2}$$

$$c=\text{元数}-\text{一差}+\text{二差}-\text{三差}+\text{四差}-\text{五差}\cdots$$

$$=\frac{s^2}{4d}\left\{1-\frac{1}{3\cdot4}\left(\frac{s}{d}\right)^2+\frac{1}{3\cdot4\cdot5\cdot6}\left(\frac{s}{d}\right)^4-\frac{1}{3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7\cdot8}\left(\frac{s}{d}\right)^6\cdots\right\}$$

⑤ $$\pi = 3\left(1+\frac{1^2}{2^2\cdot3!}+\frac{1^2\cdot3^2}{2^4\cdot5!}+\frac{1^2\cdot3^2\cdot5^2}{2^6\cdot7!}+\cdots\right)$$

$$=3\left(1+\frac{1^2}{4\cdot6}+\frac{1^2\cdot3^2}{4\cdot6\cdot8\cdot10}+\frac{1^2\cdot3^2\cdot5^2}{4\cdot6\cdot8\cdot10\cdot12\cdot14}+\cdots\right)$$

⑥ $$a = s\left\{1-\frac{1}{2\cdot3}\left(\frac{s}{d}\right)^2+\frac{1}{2\cdot3\cdot4\cdot5}\left(\frac{s}{d}\right)^4-\frac{1}{2\cdot3\cdot4\cdot5\cdot6\cdot7}\left(\frac{s}{d}\right)^6+\cdots\right\}$$

原文にはこの項の記述なし

小泉理永（寧夫）の碑

友人が趣味で仏像を彫っていて、巣鴨で展示会を行うので見に来ないかとの誘いを受け、十一月三日に見学しました。都内の東の方に行く機会はないので、この機会を利用して小

術曰径矢相乗四因平方開見商為元数置元数乗矢除径一乗六除為一差置一差乗矢除径九乗二十除而為二差置二差乗矢除径二十五乗四十二除而為三差来做之得数元数及一差二差三差各相併得数為弧合問

③式

術曰置弧冪以円径四段除之為正元数乗弧冪除径冪三除四除而為一差置一差負乗弧冪除径冪五除六除而為二差正置二差乗弧冪除径冪七除八除而為三差負置三差乗弧冪除径冪九除一十除而為四差正置四差乗弧冪除径冪一十一除一十二除而為五差負来做之列正差相併得数加元数得内減負差相併得数余為矢合問

④式

置三個為元数置元数乗一冪二除三除四除而為一差置一差乗三冪四除五除四除而為二差置二差乗五冪六除七除四除而為三差置三差乗七冪八除九除四除而為四差五差以上做之右所得元数及一二三四差相併得数為径一個円周合問

⑤式

術曰置背為元数乗背冪除径冪二除三除為一差置一差乗背冪除径冪四除五除為二差置二差追求之〇置元数併加偶差内併減奇差余得玄合問

⑥式

泉理永の碑を見学しました。場所は足立区で私の家からは随分と離れ、土地感覚が全くありませんでしたが、ついでに西新井大師も見学しました。

　小泉伝蔵理永（一七七八～一八四四）、字は寧夫、安永七年生れ。武蔵国足立郡梅田村の人、大原利明の高弟にして、大原の著『算法点竄指南』の編纂に関わり、序文を書いています。天保十五年七月明王院赤不動（足立区梅田）に碑を建て、同年八月四日歿す。六七才。算遊智翁寧夫信士。

小泉理永（寧夫）の碑

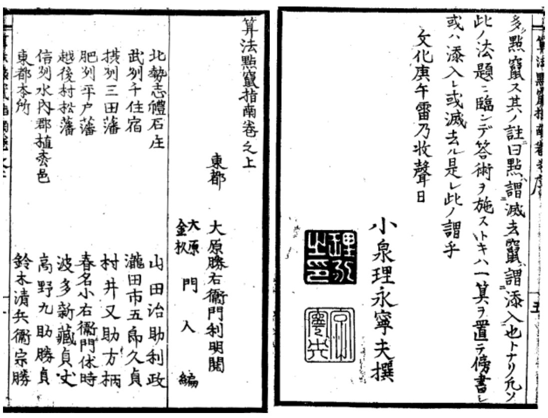
　『算法点竄指南』には大原の門人や小泉の門人名計三十五名の名が見えます。碑の前面には「小泉寧夫先生算法碑　門人建之」とあり、裏面に碑文があります。その一部は次のようなものです。

天元　演段　點竄　積差　分合
諸約　分果　翦管　計子　交商
趕趁　變數　逐作　作入　整數
極數　裁段　垜積　招差　角
求積　綴　圓理弧背
別傳　分間　町見　曆
夫算術の大なるや天地の中に数の定…
（以下解読中）

「絵図に見るくまがや展」と、ある算額探し

高柳茂様から、熊谷市立図書館で「絵図に見るくまがや展」が開催されていて代島亮長が測量した代村の絵図など江戸から明治の絵図が沢山見られます、との情報を頂きました。調べたら十一月二十九日までというので、二十五日にあたふたと出掛けました。

　北武蔵の和算家の足跡を調べようと思いたち最初に訪ねたのが代島家でした。三年程



多ク點竄ス其ノ註ニ曰點ハ謂減去竄ハ謂添入也トナリ凡ソ此ノ法題ニ臨ンデ答術ヲ施ストキハ一其ヲ置テ傍書シ或ハ添入レ或減去ル是レ此ノ謂乎
文化庚午雷乃收聲日
小泉理永寧夫撰

算法點竄指南巻之上
東都　大原勝右衛門利明閲
大原金秋　門人　編
北勢志禮石庄　山田治助利政
武州千住宿　瀧田市五郎久貞
摂州三田藩　村井又助方柄
肥州平戸藩　春名小右衛門休時
越後村松藩　波多新藏貞丈
信州水内郡植斎邑　高野九助勝貞
東都本所　鈴木清兵衛宗勝

『算法点竄指南』より（東北大）

前のことで、当時のことは第３号で書きましたが、この時見せて頂いた天保七年の「代村絵図」が展示されていました。訪ねた時は畳の上に広げて見せて頂きましたが、大きい絵図の為写真は斜めからしか撮れませんでした。


代村絵図(ﾊﾟﾝﾌﾚｯﾄより)

今回は懸けてありましたので、正面から撮れると思いましたが撮影禁止でした。雰囲気を感じるには充分ですが、ガラス越しなので細かい部分は中々見えませんでした。説明文には次のようにありました。

「最大の特徴は、曲線の道路を直線で把握して一本の道路をいくつかに分割し、距離数と方角を正確に測っている。この測量方法は阿蘭陀(おらんだ)流の測量術で道線法(どうせんほう)という方法を用いて描かれている。当時の測量技術の粋がわかる絵図として大変貴重である」

その他に「武蔵国絵図」、「忍御領分絵図」、「男衾郡塩村絵図」や、交通の絵図、境界争いの絵図など興味深いものがありました。境界争いでは秣場争いの「裁許絵図」があり、裏面の裁許絵図裏書のことも説明されていました。つい先頃まで私の出身の毛呂山の秣場争論の古文書を解読していたので興味を持ちました。毛呂山にも大きな裁許絵図（2.5×1.5ｍ）があり、その裏書も解読しました。

脇道に反れましたが、他に測量器具と測量書も展示されていました。測量書は「量地指南」「算法童子問」「算法地方大成」「測量集成」「量地図説」などでした。これらは野口泰助先生が出品されたのだと思いました。

情報を頂いた高柳茂様に感謝します。

展示会を後にして、深谷市山河の伊奈利大神社に行きました。目的は松本源七（嘉永六～大正八年）が奉納した算額の見学でした。この算額には円周率のことが書いてある、というのが事前調査でわかっていました。

前日に社務所に連絡を取ったところ、「絵馬は確かにあります。丁度都合が良いので二時頃来て頂けないか」ということでした。行ってみると都合が良いというのは新嘗祭の当日ということでした。既に神社の本殿が開け放たれていました。早速案内して頂き本殿内を探しました。立派な絵馬が沢山掲げられていましたが、幾ら探しても算額は見つかりませんでした。神社の関係者の方は素朴で算額のことは何も知らず、諦めざるを得ませんでした。帰る前に「皆に挨拶していって下さい」と言われたので、挨拶がてらに深谷や熊谷の和算の話を少しだけさせて頂きました。妙な交流は、嬉しいものでもありました。


伊奈利大神社

〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜〜

編集後記

今年のノーベル医学賞を受賞された大村智さんが、今年の正月に色紙に揮毫した言葉は「至誠惻怛(しせいそくだつ)」だという(東京新聞)。幕末に財政破綻寸前の備中松山藩で改革を行った山田方谷が越後長岡藩の河井継之助に伝えた言葉で、「何事も真心(至誠)と慈しみの気持ち(惻怛)を持ってやるということ。そうすればうまくいくんです」とあります。漢字辞典には「惻怛＝同情してはらはらする」、「惻隠の情」という言葉もあります。写っている色紙を見ると誠実さを感じる見事な筆捌きで、人柄を表しているように思いました。

尚、「至誠賛化流」は、「至誠を以て天地の化育に賛す(中庸)」から取ったといわれます。