二宮神社の算額（あきる野市）

山口正義

一、はじめに

数学の絵馬である算額を寺社に奉納する風習は、寛文年間（一六六一～七二）には既に始まっており、特に化政期には多くなり、明治になっても地方では続いていました。

多摩地方で現存する算額は、八王子の住吉神社、稲城の穴沢天神社、府中の大國魂神社、それにあきる野市の二宮神社と少ないですが（見学出来るのは後二者）、二宮神社の算額は寛政六年（一七九四）正月の日付があり、都内の現存算額では一番古いものとされています。現在、この算額は五日市郷土館に保管されていますが一般公開はされていません。

二宮神社の算額を解説したもので一般に入手可能な資料に「秋川市史」(1)がありますが、原文の記述が一部しかなく、また二問目は省略されていて不十分な内容です。

本稿は参考文献や、平成二十六年十一月十三日に見学させて頂いた際に五日市郷土館から頂いた写真をもとに、問題内容も含めて算額の全容がわかるようにまとめたものです。

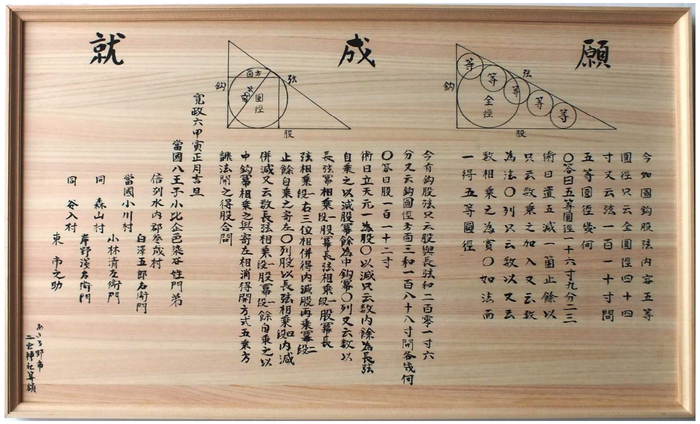
二宮神社算額（約 82 × 42cm、ガラスケースに入っている為うまく撮れませんでした）五日市郷土館

二、算額の掲額者

算額の文面によると掲額者は、八王子小比企邑染谷姓門弟で、信州水内郡参歳村(長野市)の白澤五郎右衛門、當国小川村(あきる野市東秋留地区)の小林清左衛門、同国森山村（あきる野市多西地区）の岸野淺右衛門、同国谷入村（日の出町平井地区）の東市之助の四名です。

「小比企邑染谷」は八王子千人同心との関係がありそうです。千人同心は日光勤番の半農半士として有名ですが、佐藤健一氏（和算研究家）によれば、「八王子千人同心組頭の塩野光迪（みつのぶ）（一七四七～一八〇六）は、染谷春房（由井村小比企の人、天文・暦学者）から天文暦学を学び、関孝和自筆の書三巻をゆずられている。隠居後、千人同心の子弟の教育に専念した」(2)、「算額の染谷は染谷春房の可能性が高い」(3)と述べています。

ネットで調べると、塩野周造光迪は後の昌平黌になる「聖堂」で学問を受け、千人同心に「四書五経」等を講釈したという事実があるので信用できますが、染谷春房から関孝和自筆の書三巻をゆずられたというのは少し調査が必要かも知れません。また掲額者の中に信州の門弟がいるのはどう解釈したら良いのか悩むところです。



筆者作成の二宮神社算額

三、算額の全文

算額の上部には横書きで「願成就」とあります。ここに掲げた問題が解けたことを指すと思われます。既述のように掲額者には四名の名前がありますが、問題は二問のみです。文章はまだ読めるものの、図形は風化が進んでよくわかりません。幸い佐藤健一氏が昭和五十八年頃調査された報告書（「数学史研究」146号[4]）には図形も書いてあります。但しこの報告書の文章には現物と比較してみると誤字脱字が可なりあり正確ではありません。正確に書いたものは見当たりませんので、五日市郷土館から頂いた写真から正確を期してその全文を示します。但し図は報告書からの引用です。

【術文の補注】

波線は筆者によります。この「股冪長弦」は「股長弦冪」が、また「減」は削除が正しいと思われます。（読み下し文参照）

四、一問目の問題

一問目は直角三角形の中に図のように五つの等円があり、大きい円（全円）が内接している時に、全円の直径が44寸(只云)、直角三角形の斜辺が110寸(又云)の場合、等円の直径は幾つかというもので、答は十六寸九分二三とあります。術文（術曰以下）は意訳すれば、

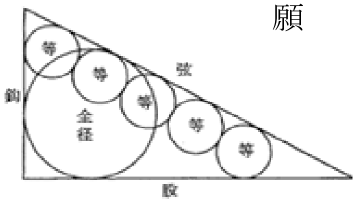
五を置き一を減じ余りに只云の数（44）を乗じこれに又云の数（110）を加えて法（割る数）とする。また、只云の数に又云の数を乗じて実（割られる数）とする。そうして五つの等しい円径を得る

というようなものです。これを数式で示せば下のようになりますが、三角形の比例関係を使えば解けるものです。具体的な解法例を次に示します。

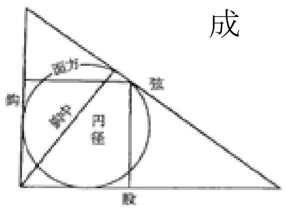
$$\text{円径}=\frac{\text{只云の数}\times\text{又云の数}}{(5-1)\times\text{只云の数}+\text{又云の数}}=\frac{44\times110}{(5-1)\times44+110}=\frac{4840}{286}=16.923\cdots$$

一問目の術文の式

願　成　就



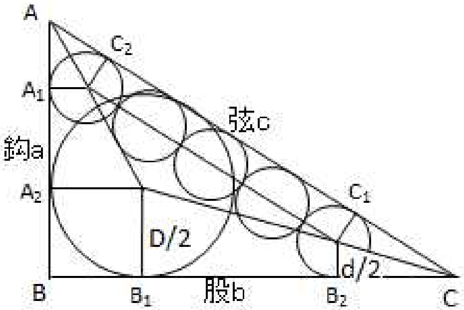
今如圖鈎股弦内容五等
圓徑只云全圓徑四十四
寸又云弦一百一十寸問
五等圓徑幾何
○答曰五等圓徑一十六寸九分二三
術曰置五減一箇止餘以
只云数乗之加入又云数
為法○列只云数以又云
数相乗之為實○如法而
一得五等圓徑



今有鈎股弦只云股與長弦和二百零一寸六
分又云鈎圓徑方面三和一百八十八寸問各幾何
○答曰股一百一十二寸
術曰立天元一為股○以減只云数内餘為長弦
自乗之以減股冪餘為中鈎冪○列又云数以
長弦冪相乗一段股冪長弦相乗一段股冪長
弦相乗一段右三位相併得内減股再乗冪二段
止餘自乗之寄左○列股以長弦相乗四段内減
併減又云数長弦相乗一段股冪一段餘自乗之以
中鈎冪相乗之與寄左相消得開方式五乗方
飜法開之得股合問

寛政六甲寅正月吉旦
當國八王子小比企邑染谷姓門弟
信州水内郡参歳村
白澤五郎右衛門
當國小川村
小林清左衛門
同　森山村
岸野淺右衛門
同　谷入村
東　市之助

二宮神社算額の全文



図のように長さ、各点を定義し、等円の数をnとすると

$$a+b=c+D \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

$$c=(n-1)d+CC_1+AC_2 \quad \cdots ②$$

三角形に注目して比例関係から

$$\frac{d/2}{CB_2}=\frac{D/2}{CB_1} \qquad CB_2=CC_1 \quad CB_1=b-D/2$$

$$\therefore CC_1=CB_2=\frac{d(2b-D)}{2D} \quad \cdots ③$$

同様に

$$\frac{d/2}{AA_1}=\frac{D/2}{AA_2} \qquad AA_1=AC_2 \quad AA_2=a-D/2$$

$$\therefore AC_2=AA_1=\frac{d(2a-D)}{2D} \quad \cdots ④$$

③④を②に代入して、且つ①を使用して整理すると

$$c=(n-1)d+\frac{d}{D}(a+b-D) \quad \therefore d=\frac{cD}{(n-1)D+c}$$

$n=5, c=110, D=44$を代入して

$$d=\frac{110\times 44}{(5-1)\times 44+110}=16.923\cdots$$

一問目の解法例

五、二問目の問題

二問目の問題は原理的には簡単なものですが、与条件のため解法は高次（六次）の式になり、具体的に解くとなると難しくなります。問題にある「長弦」の意味は、直角の頂点から斜辺に垂線（中鈎といいます）を降ろし、そこから長い方の斜辺が長弦のようです。

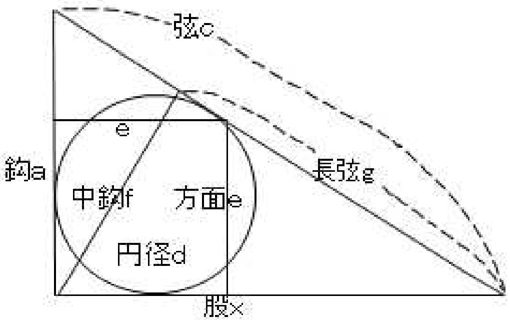
幸いこの問題を扱っている文献（「長野県非現存算額集大成　幻の算額　現代数学による解法」下巻）[5]を探すことができました。但し、同文献の解読は直接式にしたもので文章はありません。従って式を参考にしながら原文の大凡の読み下しを次に示します。なお、原文には間違いが少しあるようですが、掲額者が何故気が付かなかったのか疑問です。

今鈎股弦（直角三角形）あり、只云（第一条件）は股と長弦の和が二百一寸六分、又云（第二条件）は鈎と円径と方面の和が百八十八寸、各長さは幾つか。

答、股の長さは百十二寸

計算方法は天元の一を立て股とする（股を未知数ｘとする）。股を以て只云の数から減じ余りを長弦とし、これを二乗し股の二乗から減じ、中鈎の二乗とする。又云の数を以て長弦の二乗を乗じ一倍する、股の二乗に長弦を乗じ一倍する、股の二乗に長弦を乗じ一倍する（原文は同じ文が続いていますが、どちらか一方は「股に長弦の二乗を乗じ一倍する」が正しい）、この三つを加えたものから股の三乗の二倍を減じ、その余りを二乗して左に寄せておく。股に長弦を乗じ四倍し、又云の数に長弦を乗じ一倍し股の二乗を併せた余り（結果）を二乗したものを減じ、それに中鈎の二乗を乗じたものと、左に寄せておいたものと相消し（両者が等しい）五乗方（六次方程式）を解いて問いに合う股を得る。

和算はこんなわかりづらい書き方をしていますが、この術文を式で示せば下のようになります。現代解法は式の展開を術文のＰ＝Ｑをうまく導いています。但し得られた六次方程式を解く



$A=201.6=$只云の数、$B=188=$又云の数とする。直角の頂点から弦に垂線を引いた交点で弦を分割した一方を長弦gとし、中鈎＝fとすると術文の解釈は以下のようになる。

股＝x、　$A-x=g$、　$x^2-g^2=f^2$

$Bg^2\times 1$、　$xg^2\times 1$、　$x^2g\times 1$

$$\{(Bg^2+xg^2+x^2g)-2x^3\}^2=P$$

$$\{4gx-(Bg+x^2)\}^2\times f^2=Q$$

$P=Q$とし、$A=201.6$、$B=188$を代入すればxの６次方程式となる。但しこの６次の式を解くのは難しい。答えの$x=112$を入れれば式を満足する。

二問目の術文の式

のはやはり難しいようです。なお、文末に解法を示します。

六、おわりに

二宮神社の算額は都内の現存算額で一番古く文章は明確に読めること、天元術が具体的に書かれていること、西多摩地方唯一の和算史料であること、などがこの算額の意義かと思います。が、これだけのものが掲額されたにも拘わらず、その後の西多摩地方で和算の発展が全くと言っていい程無いように思えるのは残念なことでもあります。

最後に、算額見学に際して親切に対応して頂いた五日市郷土館にお礼を申し上げます。

【参考文献】

(1)秋川市「秋川市史」昭和58年

(2)佐藤健一「多摩の算額」昭和54年、研成社

(3)佐藤健一「あきる野市二宮神社の算額」教室の窓

(4)佐藤健一「東京都秋川市の算額」数学史研究146号

(5)中村信弥他「長野県非現存算額集大成　幻の算額　現代数学による解法」下巻（平成13年、HP「和算の館」）

（平成二十七年一月）

二宮神社（あきる野市）

図のように各長さを定義する。題意から、

$x+g=A(=201.6)$ ・・・①　$a+d+e=B(=188)$ ・・・②

一方、$d=a+x-\sqrt{a^2+x^2}$ ・・・③　$e=\dfrac{ax}{a+x}$ ・・・・・④

また、$f^2=a^2-(c-g)^2=b^2-g^2$　$\therefore g=\dfrac{x^2}{c}=\dfrac{x^2}{\sqrt{a^2+x^2}}$ ・・・⑤

③④を②に代入すると、

$2a+x-\sqrt{a^2+x^2}+\dfrac{ax}{a+x}=B$ ・・・⑥

⑤を①に代入して、

$a^2+x^2=\dfrac{x^4}{(A-x)^2}$　これを整理して　$a=\dfrac{x\sqrt{A(2x-A)}}{A-x}$ ・・・⑦

⑦を⑥に代入する。

$$\frac{2x\sqrt{A(2x-A)}}{A-x}+x-\sqrt{\left\{\frac{x\sqrt{A(2x-A)}}{A-x}\right\}^2+x^2}+\frac{x^2\sqrt{A(2x-A)}}{x\sqrt{A(2x-A)}+(A-x)x}=B$$

これを変形し次式を得る。

$$\left(4Ax-AB+Bx-5x^2\right)\sqrt{A(2x-A)}=(A-x)^2B+(A-x)^2x+(A-x)x^2-2x^3 \quad \cdots\cdots⑧$$

両辺を二乗すると、

$$\left[4(A-x)x-\left\{(A-x)B+x^2\right\}\right]^2A(2x-A)=\left\{(A-x)^2B+(A-x)^2x+(A-x)x^2-2x^3\right\}^2 \quad \cdots⑨$$

$A=201.6,\ B=188,\ x=112$ を代入すると⑨を満たす。

つまり、$(x-112)f(x)=0$ となる。

また術文との関係は、$A-x=g$、　$x^2-g^2=f^2$ だから、

⑨の右辺 $=\left\{\left(Bg^2+xg^2+x^2g\right)-2x^3\right\}^2=P$

⑨の左辺 $=\left\{4gx-\left(Bg+x^2\right)\right\}^2\times f^2=Q$

となる。

二問目の解法