やまぶき

田舎の和算研究の個人通信

（題字　伊藤武夫氏）

4

第68号　令和二年(二〇二〇)　六月二五日

発行者　東京都羽村市緑ヶ丘三－二一－二
山口正義　（不定期刊行）
電　話　０４２-５５５-４３５２
Eメール　hamuyama3212@kind.ocn.ne.jp
ホームページ　「やまぶき 和算と歴史随想」

再々、二宮神社の算額

（二問目の類似問題と同等問題）

（一）二問目の疑問

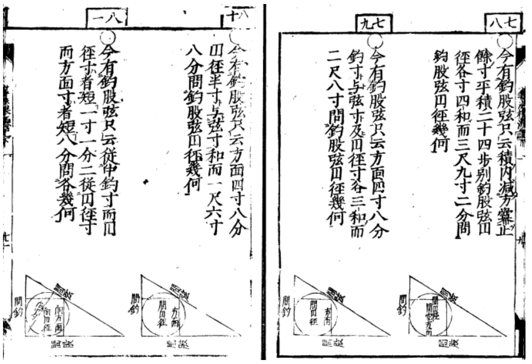
二問目を解くと直角三角形の各辺や方面、円径はきれいな整数になり、中鈎や長弦も小数点以下一桁で終わる数字です。こうしたことから、実際は試行錯誤して鈎・弦・股を決めておいてから問文の条件を作ったようにも思われます。そして、この問題を作成したのではそれ以前の同様な問題を参考にしたのではないかとの思いも湧いてきます。少し過去の問題を調べてみました。

（二）類似問題

「遺題継承」は「算額奉納の習慣」とともに、和算が発達した理由になっています。

『算法根源記』の遺題の中に二宮神社の二問目の図形と同じものがあり、『古今算法記』や『和漢算法』は遺題継承でこの問題を解いています。但し、二宮神社の二問目とは問いかけの条件（問文）が異なります。条件は中鈎と円径の差、及び円径と方面の差を与えるもので、その条件で各辺や円の直径を求める問題となっています。

『算法根源記』（佐藤正興、寛文九年（一六六九）刊、全三巻）は、著名な『算法闕疑抄』（磯村吉徳、万治二年（一六五九））などの遺題二百問の解答と佐藤自身による遺題百五十問を記したものから成ります。この遺題百五十問の内、七十八～八十二問目は直角三角形内に円と正方形が内接したもので、特に八十一問目は中鈎も引かれていて二宮神社の二問目と同じ図形です。『古今算法記』（沢口一之、寛文十一年（一六七一））は『算法根源記』の遺題を解き、また『和漢算法』（宮城清行、元禄八年（一六九五））は『算法根源記』と『古今算法記』の遺題を解いています。

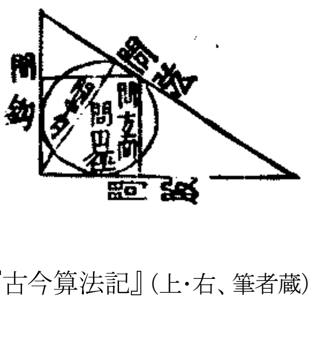

七八　今有鈎股弦只云積内減方冪止餘寸平積二十四歩別鈎股弦円径各寸四和而三尺九寸二分問鈎股弦円径幾何

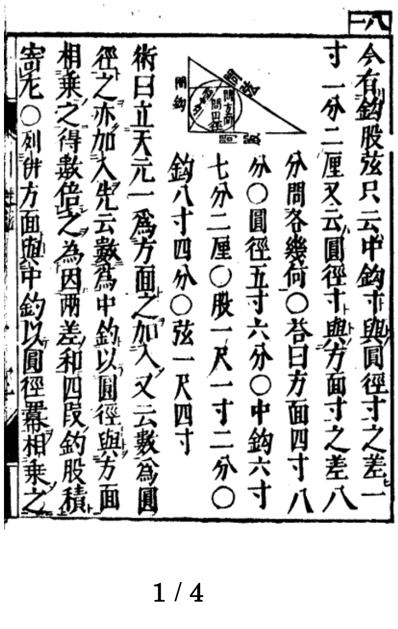
七九　今有鈎股弦只云方面四寸八分鈎寸与弦寸及円径寸各三和而二尺八寸問鈎股弦円径幾何

八十　今有鈎股弦只云方面四寸八分円径半寸与弦寸和而一尺六寸八分問鈎股弦円径幾何

八一　今有鈎股弦只云従中鈎寸而円径寸者短一寸一分二従円径寸而方面寸者短八分問各幾何

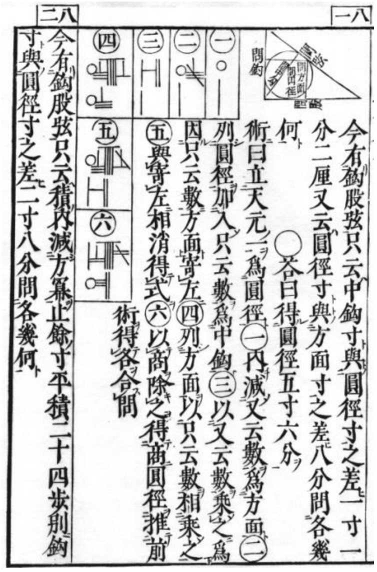
『算法根源記』（東北大学ﾃﾞｼﾞﾀﾙｺﾚｸｼｮﾝより）




八　今有鈎股弦只云中鈎寸與円径寸之差一寸一分二厘又云円径寸與方面寸之差八分問各幾何○答曰方面四寸八分○円径五寸六分○中鈎六寸七分二厘○股一尺一寸二分○鈎八寸四分○弦一尺四寸

術曰立天元一為方面之加入又云数為円径之亦加入先云数為中鈎以円径與方面相乗之得数倍之為因両差和四段鈎股積寄左○列併方面與中鈎以円径冪相乗之

『古今算法記』（上・右、筆者蔵）



『和漢算法』(筆者蔵)

(三) 同等問題

二宮神社の二問目と同等のものが『数学乗除往来』の遺題にあり、『研幾算法』でその遺題を解いていることがわかりました。但し、『数学乗除往来』の遺題の問文の条件は二宮神社のものとは異なる数値であり、また『研幾算法』のそれは具体的な数値ではありません。さらに『研幾算法』の解き方は二宮神社のものと基本的に同じですが導く順番は同じではありません。

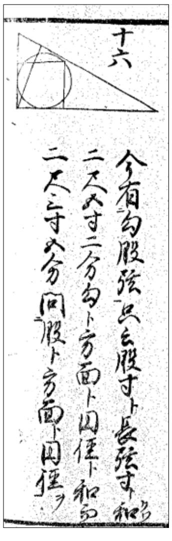
『数学乗除往来』(池田昌意、延宝二年(一六七四)刊)には、算木の計算方法などの説明とともに遺題四十九問が出題されています。その十六問目が二宮神社の二問目と同等のものです。『研幾算法』(建部賢弘、天和三年(一六八三)刊)は『数学乗除往来』の遺題四十九問を解いていますが、和算の歴史上いわくのあるものです。

建部賢弘は関孝和の高弟で和算上大きな実績もある人物です。建部がこの『研幾算法』を刊行したのは、遺題を解いただけでなく佐治一平の『算法入門』(延宝八年(一六八〇))を批判したものといわれます。『算法入門』は『数学乗除往来』の解答を与えたものですが、一方で関孝和の著名な『発微算法』(延宝二年(一六七四)刊)の解法を間違っていると批判していました。しかしこの批判は関の数学を理解できなかったことによる誤解でした。建部はこの批判による汚名を雪ぐために『研幾算法』を発行しました。建部二十歳前後のときです。『算法入門』こそ間違いであることを証明するために、建部も『数学乗除往来』の遺題を解いたという訳です。

ただ、『研幾算法』は最終的な解を得るための方程式のみ示されているだけで、そこに至るまでの式は示されていません。その点について建部は後に『発微算法演段諺解』(貞享二年(一六八五)刊)の中で「そこに至るまで」も含めて詳しく解説しました。しかし残念なことに、実際調べるとそれは十五問目までで、十六問目の詳細解は載っていませんでした。

『数学乗除往来』の当該遺題の問文は次のようなものです(下図参照)。

「今有勾股弦只云股寸ト長弦寸和二尺五寸二分勾ト方面ト円径ト和而二尺三寸五分問股ト方面ト円径」



『数学乗除往来』(東北大学デジタルコレクションより)

この問題を解く場合、第 55 号（4／4）の解き方がそのまま適用できます。
直角の頂点から弦に垂線を引いた交点で弦を分割した長い方を長弦としg、円径を d、方面を e、鈎をa 、弦をc 、股をx とすると問文は、

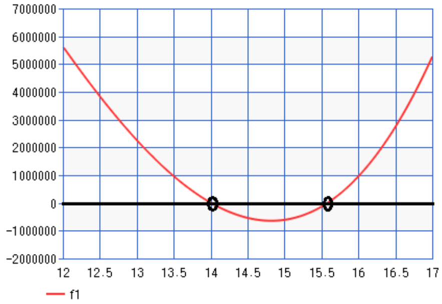
$$x+g=25.2=A\ ,a+d+e=23.5=B$$

です。
この$A\,,B$ を第 55 号の①式に適用し$A=25.2$,B=23.5 を代入して、②に相当する次式を得ます。

$$\boxed{\begin{gathered}x^6-313.3x^5+20180.8825x^4\\-481088.538x^3+5310844.2828x^2\\-31890794.3424x\\+111354530.7168=0\end{gathered}}$$

『数学乗除往来』の 6 次方程式はこのような形になります。なおこの式の解は次頁のグラフのようになり、

$x=14$ 及び $15.5754\cdots$ が得られます。



次に『研幾算法』にある十六問目の内容を、二宮神社のものと対比できるように示します。ゴシックの文字が『研幾算法』のものです。

今有鈎股弦只云股與長弦和二百零一寸六分又云鈎圓徑方靣三和一百八十八寸
今有勾股内方圓只云股與長弦和若干又云勾圓徑方面三和若干
問各幾何　〇答曰股一百一十二寸
問股圓徑方面幾何　〇答曰得股
術曰立天元一為股〇以減只云数内餘為長弦自乘之以減股冪餘為中鈎冪
術曰立天元一為股　以減先云数餘為長弦自之得数以減股冪餘為中（注）**股冪**
〇列又云数以長弦冪相乘一段股冪長弦相乘一段股冪長弦相乘一段右三位相併
寄左〇股長弦相乘四段内併減又云数長弦相乘一段餘自之以寄左相乘再寄
得内減股再乘冪二段止餘自乘之寄左〇列股以長弦相乘四段内減併減
〇又云数長弦冪相乘一段股冪長弦相乘一段股長弦冪相乘一段右三位相
又云数長弦相乘一段股冪一段餘自乘之以中鈎冪相乘之與寄左相消
併共得内減股再自乘二段餘自之得数與再寄相消
得開方式五乘方飜法開之得股合問
得開方式五乘方飜法開之得股推前術得圓徑方面各合問

『数学乗除往来』の遺題の問文にある条件の数字（定数）は、『研幾算法』の問文では消えて「若干」とあるのみです。従って具体的な数値計算はありません。『研幾算法』の解読を示します。

勾股弦（直角三角形）内に方（正方形）と円がある。只云（第一条件）は股と長弦の和が若干、又云（第二条件）は勾と円径と方面の和が若干。股・円径・方面は幾つか。

答、股を得る（は次による）

計算方法は天元の一を立て股とする（股を未知数ｘとする）。（股を）以て先（只）云の数から減じ余りを長弦とし、これ（長弦）を二乗し股の二乗から減じ中股（中勾の間違い）の二乗として保存する。〇股と長弦を乗じ四倍し、又云の数と長弦を乗じて一倍し股の二乗を一倍して併せたものを減じた余りを二乗し、保存しておいたものを乗じ、再度保存する。〇又云の数と長弦の二乗を乗じ一倍する。股の二乗に長弦を乗じ一倍する。股に長弦の二乗を乗じ一倍する。この三つを加えたものから股の三乗の二倍を減じ、その余りを二乗した数と保存しておいたものと相消し（引き算して）開方式を得、五乗方（六次）（の飜法）にこれを開いて股を得る。そして円径・方面も得て各問に合う。

術文は途中から二宮神社のものと異なる演算をしているようにみえます。しかし、演算の順序が少し異なるだけで、結果的には同じ演算をしていることが、第17号（４／４）の計算式と、次の解読結果の式をを比べるとわかります。

只云の数 = 若干 = A、又云の数 = 若干 = Bとし、
直角の頂点から弦に垂線を引いた交点で弦を分割した長い方を長弦をg、中鈎をf、求める股をx とします。
問文は、$x+g=A$ ，　$a+d+e=B$
となり、術文の解釈は次のようになります。

$A-x=g$ ，$x^2-g^2=f^2$（中股冪とあるが中勾冪）

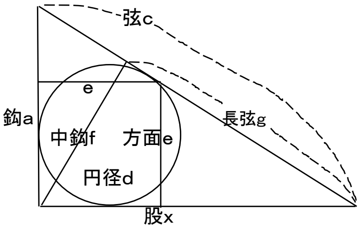
$\{4gx-(Bg\times 1+x^2\times 1)\}^2\times f^2=Q$

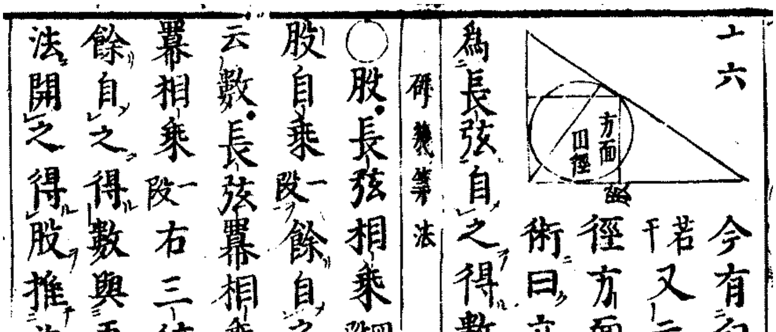
$Bg^2\times 1, x^2g\times 1, xg^2\times 1,$

$\{(Bg^2+x^2g+xg^2)-2x^3\}^2=P$

ここで、$P=Q$とすると、xの６次方程式が得られ、これを解いて股を得る。

つまり、二宮神社の二問目の術文は、『研幾算法』のものと同じで、二宮神社の算額掲額は寛政六年（一七九四）ですから、凡そ百十年前にすでに同じ手法で解かれていた問題であることがわかります。但し、二宮神社の算額の掲額者が『研幾算法』を見ていたかはわかりません。




十六
今有勾股内方圓只云股與長弦和若干又云勾圓徑方面三和若干問股圓徑方面各幾何○荅曰得股
術曰立天元一為股以減只云數餘為長弦自之得數以減股冪餘為中股冪寄左
研幾算法　十六
○股長弦相乘四段内併減又云數長弦相乘一段股自乘一段餘自之以寄左相乘得數再寄○又云數長弦冪相乘一段股冪長弦相乘一段股長弦冪相乘一段右三位相併共得内減股再自乘二段餘自之得數與再寄相消得開方式五乘方飜法開之得股推前術得圓徑方面各合問

『研幾算法』の遺題解法16問目
（東北大ﾃﾞｼﾞﾀﾙｺﾚｸｼｮﾝより）

（注）傍線は筆者。「中股」は「中勾」、「内併減」は「内減併」が正しいと思われます。

編集後記

二宮神社の算額の二問目と同等問題が、関孝和の高弟建部賢弘によって解かれていたことがわかり、少々驚きました。今までに判明したことを小冊子にしています。