和算家・今井兼庭の事績

山口正義

一、はじめに

和算家・今井兼庭（享保三年(一七一八)～安永九年(一七八〇)）は現在の埼玉県上里町金久保に生まれた。兼庭の伝記を記した一番古いものは「天保五(一八三四)甲午年冬吉月吉日　佐藤解記寫之」と跋にある『算家景図』[1]であろうか（佐藤解記は和算家）。次のようにある。

兼庭—今井勘蔵号赤城
号赤城ト武州児玉郡西金久保村ノ産也於武江ニ御代官之手代タリ業ヲ幸田新（親）盈ニ受テ常同志之朋ニ遊シテ琢磨ス数道ヲ究ム武江駿河臺ニ浪居ス安永九庚子年四月廿三日病死浅草新鳥越理昌院ニ葬法名倍（信）乗院本来無一居士ト号行年六十三才其子孫金久保村農家タリ

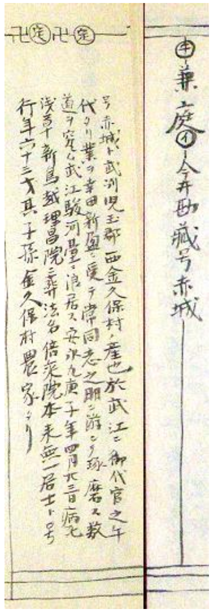
同様の記述は白石長忠（和算家）の『算家系圖』[2]の追録中にもあるが、加えて「兼庭　今井官蔵　酒井雅楽頭臣タリ後御代官千種清右エ門手代トナル明玄算法ヲ著」ともある。酒井雅楽頭は前橋藩主酒井忠恭のことであり、千種清右エ門は幕府代官で手代はこれに属する地方役人である。酒井忠恭が播磨国姫路に転封になったのは寛延二(一七四九)年で、このとき兼庭は解任されて前橋を去っている。兼庭三二歳のときである。従って江戸駿河台に「浪居」というのはそれ以降であろうし、親盈に師事した時期も同様であろう。

伝記にはないが、駿河台では塾を開き関流算学を教えていた。また親盈同門に飯能出身の千葉歳胤（一七一三～八九）、門人に経世論者本多利明（一七四三～一八二〇）等がいる。

兼庭の評価については『増修日本数学史』[3]に、「幸田親盈の高弟にして、建部派中に在りて、錚々たる者とす。数学上の発明術二三に止まらず。兼庭、傍ら暦学に通ぜり。門弟を育うこと多し。傑才少しとせず。本多利明の如きその人なり。兼庭著書多し」とある。

現在、比較的簡単に見られる著書は『截積之傳』『明玄算法』『円理弧背術』等に限られるが、本稿はこれらの書物も参考にしながら兼庭の事績の概要を記すものである。

なお「理昌院」は関東大震災後に葛飾に移転、それ以前に兼庭の墓があったかは不明だが、現在地にはないようである。



兼庭の伝記(1)

二、兼庭の伝系・門人

兼庭の伝系は下図に示すように、関孝和―建部賢弘―中根元圭―幸田親盈―今井兼庭―本多利明というもので、荒木村英の流れとともに、まさに関流和算の主流であった。また建部賢弘の流れは各自とも暦学の方面でも活躍している。中根元圭・幸田親盈や千葉歳胤はむしろ「天文暦学」の方で有名である。兼庭もまた『授時暦講義』等の著がある。

兼庭の門人には前述の本多利明の他に、齋藤正順、今井兼之(兼庭弟)、莞倉陽元、荒井為以、笛木昌睦等がいる。兼之以下は『明玄算法』の遺題に記載されている門人名である。

伝系

- 関孝和
  - 建部賢弘―中根元圭―幸田親盈(八潮市)
    - 今井兼庭(上里町)―本多利明
    - 千葉歳胤(飯能市)
  - 荒木村英―松永良弼―山路主住
    - 藤田貞資(深谷市)―小野栄重(上毛算学祖)
      - 斎藤宣長(上州)
      - 岩井重遠(上毛)
    - 安島直円―日下誠
      - 和田寧
      - 白石長忠

三、兼庭の著書

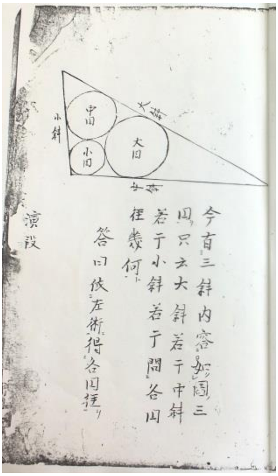
『増修日本数学史』は「凡そ七十余部、数百冊とす。盛んなりと謂うべし」として六十数種の兼庭の著書を挙げている。その典拠は『算話捨擇集』(文化七(一八一〇)年)で『截積之傳』『円理弧背術』等がある。難しい名称から内容が類推出来ないものも多いが、三十種程を掲げてみる。

算法雑解三十三冊、演段維乗率、演段明意、演段衆伏術、演段乗術解消長術、冪定式、因符式、勾股変化術二冊、同変化之法、変数術、累裁招差、衰垜環術起源、方垜術起源、方程招差三冊、垜畳術、九因垜、方垜別術、累約術、一周零約術、累約重裁術、算法剥漏演段、諸形段数術、立円容

術、平円容術、方陣之法解関書之解、久留島先生方陣法、方陣法長平立方、暈形術、求積術、**截積之伝**、蹈轍術諸角、**円理弧背術**、円原術、授時暦講義、拾璣算法講義

一方、兼庭の蔵書六十数点が上里町の岩田家に残っているという。『埼玉県教育史』[4]によれば岩田家残存史料の目録に、算書之部として三十種以上、天文暦学書として十六種程がある。中には千葉歳胤の白山暦応編全、食算活法率（部分）などもある。このうち幾つかの複写が上里町郷土資料館にあるが、その中で注目すべきは『雑術』という書物である。

兼庭は、任意の三角形内に互いに外接する三円を内接した場合に三辺の長さを知って三円の直径を求めるという「三斜容三円術」の問題を『雑術』の中で解いたと言われる[5]。筆者は資料館の資料をもとに解読を試みたが、虫喰い個所や難しい用語に苛まれ十一丁に及ぶ数式の解読には失敗した。しかし、整然と書かれた筆跡からは兼庭の自信も感じた。



（『雑術』の中の三斜容三円術の問文。この後長文の演段（解き方）が続いている）

この問題は Malfatti(マルハッチ)の問題とも呼ばれ、イタリアの数学者マルハッチが一八〇三年に解いているということだが、日本ではそれより早く安島直円が「南山子三圓術」で解いている。また藤田貞資が著した「三斜三圓術」は明和五(一七六八)年の著である。兼庭が解いているとすれば、兼庭と安島と藤田の三人の解術の前後関係は不明だが、没年からすると兼庭が最も早い時期に解いた可能性もある。

四、截積之傳と明玄算法

『截積之傳（せっせきのでん）』[6]の題簽は「関流截積傳」とあり、文政十一(一八二八)年に写したものである。奥付には「今井赤城先生改術」として次のように三名が時代順に写している。

寛政五癸丑六月　門人　斉藤正順写
寛政九丁已三月　藤田貞資門人小野栄重写之
文政十一戊子五月良辰
小野栄重門人
岩井右内宣賢写之

斉藤正順（一七五八～九四）は兼庭の門人であり、本多利明らが寛政六(一七九四)年に浄輪寺（東京新宿）に建てた関孝和の墓碑に名を連ねている。小野栄重・岩井右内（伝系参

照）も著名な和算家である。截積之傳は三角形や角錐台・円錐台を截断したときの長さや表面積などを求める問題を扱っている。円錐台では斜めに截断して出来る表面積を扱う。色付きである。

兼庭の著書として有名なのは『明玄算法』[7]（明和元(一七六四)年著、安永二(一七七三)年刊）で、題簽は「探玄答術明玄算法」とある。この書は入江脩敬（のぶたか）（一六九九～一七七三）の『探玄算法』(元文四(一七三九)年）の遺題九問に対する答術と新たに自問十九題を遺したもので遺題継承本である（遺題とは答を示さない問題のこと）。

『明玄算法』の序には「明和元年甲申冬十有二月　武江　荒井為以謹序」とあり、門人荒井為以をしてこれを上梓している。本文の始めは「明玄算法　今井赤城先生撰術　門人荒井爲以著　探玄算法　第一…」となっている。

自問十九題には容術（図形的）などの問題の他に暦学や測量の問題も含まれている。兼庭は計七問を出しているが、一問目には「請下不レ用二開方盈朒（えいじく）術及趕趁（かんちん）術ヲ一而依二天元術ニ一答ント上レ之ニ」（盈朒術など用いず天元術で答えるように）とある。これは歴史的には『中学算法』（一七一九年）にある遺題が既に『竿頭算法』（一七三八年）で解かれているので、その方法ではなく別の方法（天元術）で解くことを求めている。

和算が発達した原因の一端を示しているのではないかと思う。最後の十九問目の測量術の問題では「不レ問二暦士算士ニ一謂下町見士答ント上レ之ニ」（町見士は測量士のことか）とある。

出題者はその他に今井兼之、莞倉陽元、千葉歳胤、佐佐木秀俊、荒井爲以、笛木昌睦、佐治庸貞が提題している。このうち、佐佐木秀俊は千葉門人とある。佐治庸貞についてはそのような記述はないが歳胤の『蝕算活法率』（一七六六年）や『皇倭通暦蝕考』（一七六八年）の序には歳胤の門人とあるから、ここに出てくる兼庭の門人は今井兼之、莞倉陽元、荒井爲以、笛木昌睦の四人である。

五、円理弧背術

「円理」という言葉が最初に現れるのは『古今算法記』[8]（沢口一之、寛文十一(一六七一)年）で、「方理は得やすく円理は明きらめ難し」と跋にある。「直線に囲まれた理論はたやすく、円や円弧の理論は難しい」というのである。「円理」は和算の華であり、メインテーマであり続けた。円弧長や円周率を正確に求める活動は十八世紀後半まで続き、その後は複雑な図形の面積や体積や線長を求める求積問題を扱うようになる。

円周率を求める無限級数の式を最初に求めたのは関孝和の高弟の建部賢弘（一六六四～一七三九）で、「帰納的」に求め

られたその式は『綴術算経』[9]（享保七（一七二二）年）の中に書かれている。『綴術算経』は将軍吉宗に献上され、今は国立公文書館に保存されていて、和算史上最も貴重とされる書物である。余談だが、吉宗の臣下が記した『仰高録』に「尤其筋御書籍の事ハ一々不及記、算学啓蒙、綴術算経、竿頭算法…などといへる書ハ平日御傍にみへたり」とあり、吉宗は大奥でこの数学書などを読んでいたという[10]。

さて『円理弧背術』という書がある。これには二種類あり、一つは75丁で建部賢弘の名があり[11]（A書とする）、もう一つは45丁で今井兼庭の名がある[12]（B書とする）。どちらも年紀がないが、A書は一七二五～六年、B書は一七五五年前後か。

「弧背」は円周の一部分で円弧長のことであり、円理弧背術は円弧長を正確に求め、そこから円周率を求める術であり、求め方は『綴術算経』をさらに発展させている。その概要は現代風に書けば次のようなものである。下の弧背図参照。

①直径 d の円で弦ABに対し矢PMを c 、斜APを a_1 とする。

②斜を次の弦PBとして次の矢 c_1 の長さを求める。これを繰り返す。このとき次の(1)(2)の一般式が成り立つ。

$$a_n{}^2 = c_{n-1}d \ ;\ n = 1,2,3\cdots \ ;\ c_0 = c \qquad (1)式$$

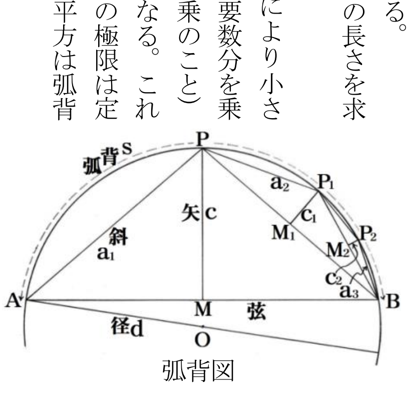
$$4c_n^2 - 4dc_n + c_{n-1}d = 0 \qquad (2)式$$

ここで c_1 を甲矢、c_2 を乙矢という。以下丙矢、丁矢、戊矢・・・と続く。

③(2)式は c_n に関する文字係数の二次方程式であり、組立除法という方法で級数展開の形で各矢を順次求め、そこから矢の規則性を探る。

④規則性から小さい矢の長さを求める。

⑤小さい矢から(1)式により小さい斜を求め、その必要数分を乗じれば弧背の冪（二乗のこと）の値に近づくことになる。これは汎背冪であり、その極限は定背冪となる。その開平方は弧背の値になる。



弧背図

A書は甲矢から癸矢までの十矢を六差まで求めている。この記述に42丁も費やし、最大の数値は40桁近い数値を扱っている。驚くべき計算を行っているのである。

これに対してB書は、その計算を簡略して求める方法を考え、甲矢から戊矢までの五矢を五差まで求めて規則性を探っている。この記述に13丁を費やし、最大の数値は19桁の数値を扱っている。明らかにA書より可成り改善されているの

である。これがB書の一つの特徴である。因みにB書の戊矢の級数は現代風に書けば次のように記されている。

$$c_5 = \frac{c}{1024} + \frac{1023c^2}{3145728d} + \frac{4189185c^3}{24159191040d^2} + \frac{38603339775c^4}{3463461627494\mathbf{4}0d^3} + \frac{632438515533825c^5}{797981558974\mathbf{709}7600d^4} + \cdots$$

（注、数値中の強調数字は筆者が間違いを修正した値）

いずれにしても、このような大変な計算を行いながら、A書、B書とも次のような弧背冪に関する式を得ている。

$$s^2 = 4cd + 一差\frac{4}{12}\frac{c}{d} + 二差\frac{16}{30}\frac{c}{d} + 三差\frac{36}{56}\frac{c}{d} + 四差\frac{64}{90}\frac{c}{d}\cdots$$

（一差）　（二差）　（三差）　（四差）　（五差）　(3) 式

（s は弧長、c は矢長、d は直径を意味する）

B書はこのあと、次の五つの応用問題を解いていて、これがもう一つの、そして最大の特徴である。すなわち、

①弧 s と径 d とから矢 c を求めている
②弧背冪 s^2 から弧背 s を求めている
③円径１の場合の円周、つまり円周率の式を求めている
④弦 a と径 d とから弧 s を求めている
⑤径 d と弧 s とから弦 a を求めている

これらは術文のほかに解術も書かれているが、少し解りづらいので一応筆者は幾つか解いてみて結論の一致を確認した。一例として②の結論を掲げてみる。

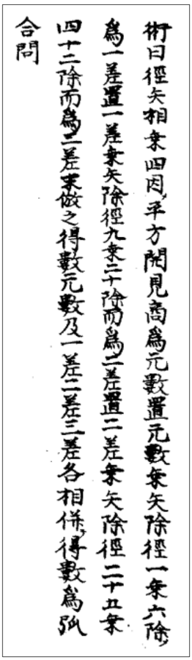
$$s = \sqrt{4cd} + \sqrt{4cd}\frac{c}{d}\frac{1}{6} + \sqrt{4cd}\frac{c}{6d}\frac{c}{d}\frac{9}{20} + \sqrt{4cd}\frac{9c^2}{120d^2}\frac{c}{d}\frac{25}{42} + \cdots$$

(4) 式

これは次のように規則性のあるものとして表せる。

$$= 2\sqrt{cd}\left\{1 + \frac{1}{2\cdot 3}\left(\frac{c}{d}\right) + \frac{3^2}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5}\left(\frac{c}{d}\right)^2 + \frac{3^2\cdot 5^2}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6\cdot 7}\left(\frac{c}{d}\right)^3 + \cdots\right\}$$

参考に(4)式の原文を次に示す[12]。


術曰徑矢相乘四因平方開見商為元數置元數乘矢除徑一乘六除為一差置一差乘矢除徑九乘二十除而為二差置二差乘矢除徑二十五乘四十二除而為三差乘倣之得數元數及一差二差三差各相併得數為弧合問

このようなことから『明治前日本数学史』[13]はいう。「綴術により s を表す級数を s^2 の級数から開平方によって出したことと、s^2 の級数を反転して c の級数を出したこととは注目するに足る業績である」と。そして、『増修日本数学史』は、「建部賢弘が関氏の円理綴術を校正せし者に尋いで、括法を容易ならしめたるが如きは、また見るべき者とす」、「兼庭、嘗て

関氏の秘書円理弧背術、すなわち建部賢弘が伝を得て、なおこの書を続記せり。故に或は、これを円理綴術と題せり。この書、秘すること最も甚だし。兼庭、数理に精し」というのである。

六、おわりに

このように兼庭は円理に関する多くの式を導いているが、円周率そのものの値は計算していない。計算したのは同僚の千葉歳胤であった。歳胤はその著『天文大成真遍三條図解』[14]（宝暦八(一七五八)年）の中で、既述の弧背冪の(3)式を使用して円周率14桁までの計算過程を示している。検証してみると、14桁の内11桁の真値を得ている[15]（わずかな計算誤差がなければ13桁までの真値を得ていたこともわかる）。

歳胤は兼庭が円理の問題に挑戦していたことを『天文大成真遍三条図解』の自序の中で「予カ同門今井官子（兼庭）トイヘル者ヨク算術ニ達ス故ニ先生（親盈を指す）カレニ命シテ弧矢一術の半ナレルヲアタフ官子コレヲウケテ心神ヲナヤマスコト三年ツイニ其術意ヲ得タリ眞ニ弧矢妙術ナリ」と述べている。また歳胤は『蝕算活法率』[16]（明和三(一七六六)年）の序文で「今井兼庭者予同門也無双算士也」とも述べている。歳胤の言のみならず、『増修日本数学史』等の評価、及び『円理弧背術』を具体的に解読すると、兼庭の実力は和算家の中でも相当なものであったことがわかるのである。

参考文献　（注、(3)(13)は和算研究の基本資料）

(1)『関先生碑名・開板算書・算家景図・数学興廃記』（日本学士院）
(2)白石長忠『算家系圖』（東北大学附属図書館）
(3)遠藤利貞遺著・三上義夫編『増修日本数学史』（恒星社厚生閣）
(4)『埼玉県教育史』（第二巻）（埼玉県教育委員会）
(5)『上里町史』（上里町）等
(6)今井兼庭『截積之傳』（東北大学附属図書館）
(7)今井兼庭『明玄算法』題簽「探玄筭術明玄算法」（日本学士院）
(8)沢口一之『古今算法記』（巻六）（東北大学附属図書館）
(9)建部賢弘『綴術算経』（国立公文書館）
(10)小林龍彦「三人の徳川将軍に仕えた暦算家建部賢弘」（『和算研究所紀要』No.15, 2015）
(11)建部不休『円理弧背術』（東北大学附属図書館）（二種類あり）
(12)今井兼庭『円理弧背術』（東北大学附属図書館）（二種類あり）
(13)日本学士院『明治前日本数学史』（第三巻）（岩波書店）
(14)千葉歳胤『天文大成真遍三条図解』（東北大学附属図書館）
(15)山口正義「千葉歳胤が行った計算」（毛呂山郷土史研究会『あゆみ』47号）
(16)千葉歳胤『蝕算活法率』（東京大学総合図書館）

了