# 慈光寺の算額と掲額者

山口正義

# 慈光寺の算額と掲額者

山口正義

掲額者の出身、神文、墓、算額内容の詳細、解法などについて述べます。

【掲額者】

慈光寺の算額の掲額者は、田中與八郎信直、馬場與右衛門安信、久田善八郎儀知の三名である。この三名は現在の小川町の人で、文政十三年に、ときがわ町西平の慈光寺観音堂に算額を奉納している。この算額は現存するが風化が進み非公開である。しかし、「算法雑俎」(1)にその記述がある。三名とも市川行英の門人である。

田中與八郎は算額に古寺邑とあり、また師の市川行英に提出した神文には文政十一年とあるが、それ以上のことは不明。この人の算額の問題と同じ内容のものが「算法点竄手引草」(2)付録(小榑謙編・長谷川寛閲・付秋田義蕃編、天保四年序)に記載され解かれている。算額の掲額から三年後である。

馬場與右衛門(文化二年~弘化二年、四十一歳)は小川町腰越根古屋の人。文献(3)によれば根古屋の馬場氏であり位牌に、

闢山惠通居士位、弘化二乙巳年七月念有八日
馬場友八倅、俗名與右衞右門行年四十一歳

とあるという。市川行英に提出した神文には文政九年とあるから二十二歳頃のことで、算額には文政十三年とあるから二十六歳のときに掲額したことになる。この人の算額の問題は「算法求積通考」[4]巻之二（長谷川弘閲・内田久命編、弘化元年）で解答している。

久田善八郎（?～嘉永四年（一八五一））は小川町腰越小貝戸の人。市川行英の門人だが神文は残されていない。久田の問題は「算法求積通考」巻之二で取り上げ解いている。生年は不明だが嘉永四年四月二十四日に没していることが墓石から確認できる。

なお、これら三問の解法は「算法雑俎解」[5]（梅村重得訂、明治三年）にも述べられている。

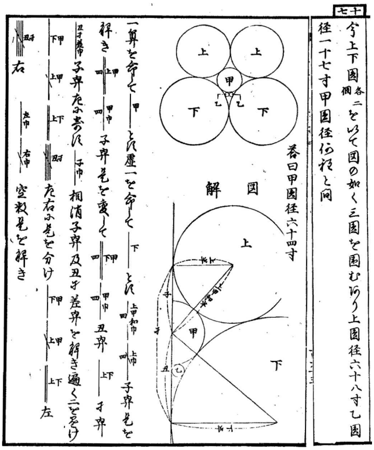


図6-5-1 「算法点竄手引草」の田中の問題の解法

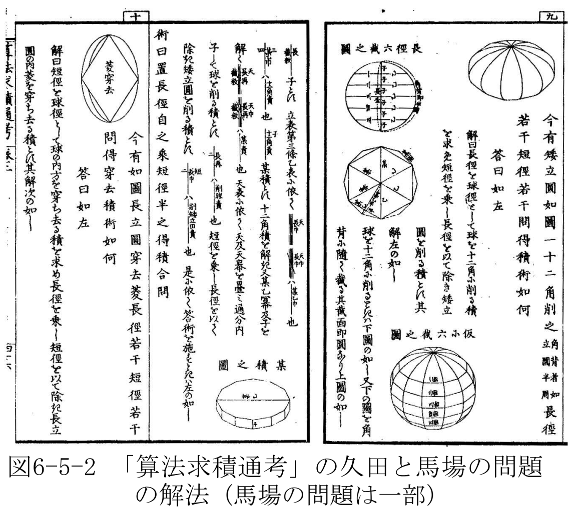


図6-5-2 「算法求積通考」の久田と馬場の問題の解法（馬場の問題は一部）

【神文】

「市川行英文書」[6]には大正八年の写しであるが田中與八郎と馬場與右衛門の神文がある。田中のものは文政十一年の日付があり次のようなものである。馬場のものは文政九年だが内容はほぼ同じで、形式化されている。

神文前書之事
一當流新撰之術一源之明算他言仕間鋪候
尤御免許以前指南仕間鋪事
一御傳授之算書之内他言申間鋪事
別而仕物替等仕間鋪候
一御指南之算書開板仕間鋪事学
他流仕候ハヽ御傳授之書写置候ハヽ不
残取集返進之上返神文可致事
右之條々於違犯者可蒙大日本
国中大小之神祇泰山府君御
罰者也
文政十一歳子ノ八月日
新田　若松萬次郎内
中武陽　下古寺村
田中與八郎源信直　花押
市川玉五郎殿

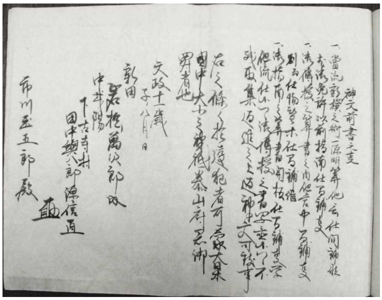


図6-5-3 田中與八郎の神文
（大正8年の写、日本学士院）

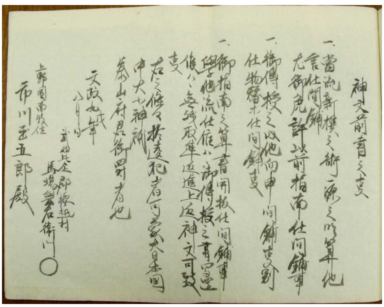


図6-5-4 馬場與右衛門の神文
（大正8年の写、日本学士院）

（注）開板＝木版時代の出版。泰山府君＝中国で泰山の山神

【墓】

久田善八郎儀知の墓は小川町腰越に現存し、「嘉永四亥年四月廿四日　俗名久田善八郎儀知　見譽浄嚴居士」とある。筆者は子孫の方に案内して頂き拝見しているが、その際、「善八郎は玉ねぎ形のものを計算した」と聞いていると言われていた。慈光寺の算額のまさに三問目のことである。

| | | |
|---|---|---|
| 嘉永四亥年四月廿四日<br>俗名久田善八郎儀知 | 見譽浄嚴居士 | 施主同苗頂太郎 |

図6-5-5 久田善八郎の墓（2009年6月）

【算額】

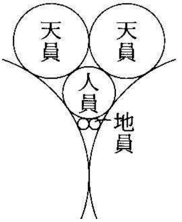
慈光寺観音堂の算額は傷みがひどく文字も読めない状態のため、今は化学処理を行って宝物殿金蓮蔵に保存されているが公開はされていない。文献(7)には図のように算額が掲げられている写真が載っているが、いつごろのことか不明である。

「算法雑俎」[1]に記載されている算額の日付は「文政十三年庚

図6-5-6 かつての観音堂に掛かっていた算額[7]

寅三月」とあるが、文献(8)では実見として「文政十三年九月」であるとしている。また序文があるともいう（内容不明）。これは算法雑組が現物を見て記録したのではなく、原稿をもとにしているからであろう。算法雑組に記載されている内容は次のようなものである。阪東九番は慈光寺のことである。

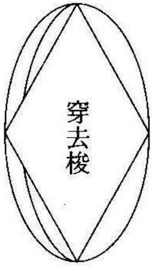
所掲于阪東九番観音堂者一事




今有如圖以等弧背抱五員天員徑六十八寸地員徑一十七寸問人員徑幾何

答曰人員徑六十四寸

術曰以地徑除天徑名極平方開之六之加極及一个以除天徑一十六之得人徑合問




今有如圖長立員穿去梭長徑若干短徑若干問得穿去積術如何

答曰如左術

術曰置三个一分二釐五毫平方開之内減一个餘乗長徑及短徑冪與球積率得穿去積合問

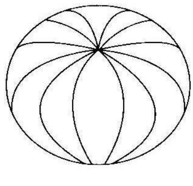

所掲于阪東九番觀音堂者一事
今有如圖以等弧背抱五員天員徑六十八寸地員徑一十七寸問人員徑幾何
答曰人員徑六十四寸
術曰以地徑除天徑名極平方開之
六之加極及一个以除天徑一十六之得人徑合問
今有如圖長立員穿去梭長徑若干短徑若干問得穿去積術如何
答曰如左術
術曰置三个一分二釐五毫平方開之內減一个餘
乗長徑及短徑冪與球積率得穿去積合問
今有如圖削棱立員一十二角角背切立員周長徑若干短徑若干問得積術如何
答曰如左術
術曰置長徑自之乗短徑半之得積合問
市川行英門人
武州比企郡古寺邑　田中與八郎信直
同郡腰越邑　馬塲與右衛門安信
同邑　久田善八郎儀知
文政十三年庚寅三月

図6-5-7　算法雑組の慈光寺観音堂の算額
（東北大和算ポータルサイトより）

今有如圖削矮立員一十二角角背切立員周長徑若干短徑若干問得積術如何

答曰如左術

術曰置長徑自之乗短徑半之得積合問



市川行英門人

武州比企郡古寺邑　田中與八郎信直

同郡腰越邑　馬場與右衛門安信

同邑　久田善八郎儀知

文政十三年庚寅三月

〔用語〕

員＝圓＝円。个（こ）＝個、一个（いっこ）は一個のこと。長立員（ちょうりつえん）＝長軸に関して回転して得られる楕円体。穿去（せんきょ）＝穴を開けて取り去ること。梭（おさ、さ）＝菱形のことを中国の古算書では梭田という。球積率＝玉積率ともいい、球が内接している立方体の体積と球の体積との比でπ／6に相当。矮立員（わいりつえん）＝短軸に関して回転して得られる楕円体。

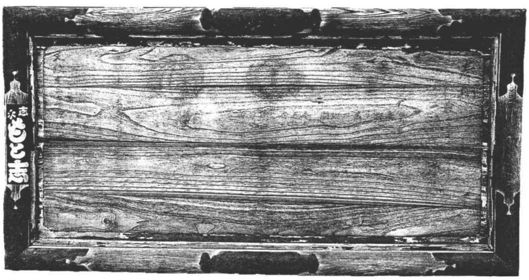



図6-5-8　慈光寺の算額（「小川町のあゆみ」より）
（調査した中ではこの写真が一番鮮明。僅かに序文らしきものが見える）　200×80㎝

〔解読〕

一問目

今図のように互いに接する等しい円の円弧（等弧背）の間に五つの円を接するようにして、天円の直径が六十八寸、地円の直径が十七寸のとき、人円の直径はどれほどか。

答に曰く人円の直径は六十四寸

計算方法は、地径（地円の直径）で天径（天円の直径）を割り極と名づける。之を平方開し六倍し極及び一を加えたもので天徑の十六倍を割ると問に合う人径（人円の直径）を得る。

この計算方法は式１のようなものであり、勾股弦の理（三平方の理）と三角形の比例関係を使えば解けるが、この式を導き出すまでは面倒な計算が必要である。

二問目

今図のように楕円体を底面が菱形（菱形の対角線がそれぞれ楕円の長軸と短軸に等しい）の角柱で穿ち去るとき、穿ち去った楕円体の体積を求める方法はいかに。

答に曰く左の方法

計算方法は、三个一分二釐五毫（3.125）を平方開し一を減じたものに長径と短径を二乗したものを掛け球積率（π／6）を掛けて問に合う穿ち去った体積を得る。これは式２のようなものである。

三問目

今図のように矮立円（楕円体）を十二個に分割してその面を削る。削る角の背は楕円周上にある。（楕円の）長径・短径から残った体積を求める方法はいかに。

答に曰く左の方法

計算方法は、長径の二乗と短径を掛け之を半分にして問に合う体積を得る。

これは式３のようなものである。

これらの問題の解き方は「算法雑俎解」（梅村重得、明治三年）にも記載されている。

さて、この算額について三上義夫は「この額は市川行英門人三人の名で奉納してあるが、その三人共にその名は余り知られておらぬ。この額が恐らく県内幾多の現存算額中の白眉といってもよいものであろう[8]」と述べている。また「（比企郡の）現在の算額では、慈光寺のものが最も内容の優れたものであるが、其れは師匠たる市川行英が有力者であった賜ものである。之れに名を署した三人の門弟が、殆んど事蹟の知られないのは惜しい[3]」とも述べている。

次ページ以降に解法の一例を示す。

天円、人円、地円の直径をそれぞれ$k$、$x$、$l$とし、

$h=\dfrac{k}{l}$としたとき、$x=\dfrac{16k}{6\sqrt{h}+h+1}$ となる。

今、$k=68$、$l=17$、$h=68/17=4$とおけば、

$x=\dfrac{16\times 68}{6\sqrt{4}+4+1}=\dfrac{1088}{17}=64$（寸） となる。

式１　一問目の計算式

楕円体の長径、短径をそれぞれ$d_1$、$d_2$とすれば求める体積$V$は

$V=(\sqrt{3.125}-1)\,d_1\,d_2^2\,\dfrac{\pi}{6}=\dfrac{5\sqrt{2}-4}{4}d_1 d_2^2\dfrac{\pi}{6}$ となる。

式２　二問目の計算式

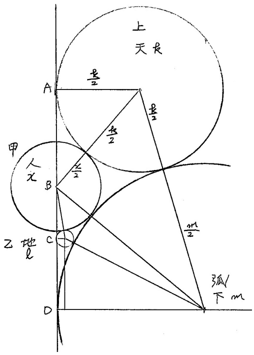
楕円体の長径、短径をそれぞれ$d_1$、$d_2$とすれば求める体積$V$は、　$V=\dfrac{d_1^2\,d_2}{2}$ となる。

式３　三問目の計算式

## 慈光寺の算額の解法

【１問目】

「算法雑組解」にある解法を中心に述べる。式１のように変数を定義したとき、図からまず次の関係が求まる。




図からすぐに

$AD^2 = km$、$AD = \sqrt{km}$ ……①

$CD^2 = \left(\frac{m}{2}+\frac{l}{2}\right)^2 - \left(\frac{m}{2}-\frac{l}{2}\right)^2 = lm$、$CD = \sqrt{lm}$ … ②

$AB^2 = \left(\frac{k}{2}+\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{k}{2}\right)^2 = \frac{2kx+x^2}{4}$、 $AB = \frac{\sqrt{2kx+x^2}}{2}$ … ③

$BD^2 = \left(\frac{m}{2}+\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{m}{2}\right)^2 = \frac{2mx+x^2}{4}$、 $BD = \frac{\sqrt{2mx+x^2}}{2}$ … ④

$BC^2 = \left(\frac{l}{2}+\frac{x}{2}\right)^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{2lx+x^2}{4}$、 $BC = \frac{\sqrt{2lx+x^2}}{2}$ … ⑤

ここで、 $AD - BD = AB$ … ⑥

$BD - CD = BC$ … ⑦

①②③⑥より、

$k^2x^2 - 4k^2mx - 6kmx^2 + 4k^2m^2 - 4km^2x + m^2x^2 = 0$ … ⑧

これは、$(kx-2km+mx)^2 = \left(2\sqrt{2}\sqrt{kmx}\right)^2$

$\therefore\ kx-2km+mx-2\sqrt{2}\sqrt{kmx}=0$ （一矩合）… ⑨

④、⑦より同様にして、

$m^2x^2 - 4lm^2x - 6lmx^2 - 4l^2mx + 4l^2m^2 + l^2x^2 = 0$ … ⑩

$\therefore\ -mx+2lm-lx-2\sqrt{2}\sqrt{lmx}=0$ （二矩合）… ⑪

⑨$\times l$＋⑪$\times m$から、$\sqrt{m} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{kl}}{\sqrt{k}-\sqrt{l}}$ … ⑫

また、⑨+⑪から、$\left(\sqrt{k}-\sqrt{l}\right)x - 2\left(\sqrt{k}-\sqrt{l}\right)m - 2\sqrt{2}\sqrt{mx} = 0$ … ⑬

この式に、⑫を代入して次の答式を得る。

$x = \frac{16kl}{6\sqrt{kl}+k+l}$ … ⑭

「算法点竄手引草」の解法は、上述の「算法雑組解」の解法とほぼ同様だが余分なこともなくすっきり短く書かれている。なお、⑭からさらに変

形して右のようにしている。

術文はこの最後の式から次のように書いている。（　）内は筆者追記。

術曰上径($k$)を置乙径($l$)に割平方にひらき三個を加へ四に割是を懸合せ内五分(0.5)を引餘里以て上径を割甲径($x$)を得て問に合す

$kx+lx+6\sqrt{kl}\,x-16kl=0$ を

16で除して、$\dfrac{kx}{16l}+\dfrac{x}{16}+\dfrac{6\sqrt{k}\,x}{16\sqrt{l}}-k=0$

極$=\dfrac{1}{4}\sqrt{\dfrac{k}{l}}+\dfrac{3}{4}$　として

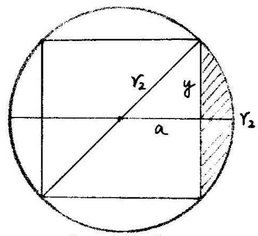
$$x=\frac{k}{極^2-0.5}=\frac{k}{\left\{\frac{1}{4}\left(\sqrt{\frac{k}{l}}+3\right)\right\}^2-0.5}$$

時代的には「算法雑俎解」よりこの「算法点竄手引草」の方が37年古く、算額の掲額の文政13年の３年後ということになる。

【２問目】

「算法雑俎解」は、「短径ヲ球径トス球之内方ヲ穿チ去積ヲ求メ乗長径以短径除之長立円之内菱ヲ穿チ去る積トス」と解き方を述べている。

つまり、球型に対して角柱で穿ち去った体積を求め、しかる後に（長径／短径）の比を乗じて求めている。その解き方は以下のようになる。




$y^2=r_2^2-x^2$
$a=\frac{\sqrt{2}}{2}r_2$

(1) 楕円体の長径とその半径を $d_1$、$r_1$、短径とその半径を $d_2$、$r_2$ とする。

まず、半径 $r_2$ の球に内接する菱形の角柱で穿ち去った体積 $V_1$ を求める。穿ち去ったあとの体積の１／４（図の斜線部分）は、

$$V_0=\pi\int_a^{r_2}y^2dx=\pi\int_a^{r_2}(r_2^2-x^2)dx$$

$$=\pi\left[r_2^2x-\frac{x^3}{3}\right]_a^{r_2}=\pi\left(\frac{2r_2^3-3r_2^2a+a^3}{3}\right)\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\text{①}$$

$a:r_2=1:\sqrt{2}$ だから、$a=\dfrac{\sqrt{2}}{2}r_2$ を代入すると、$V_0=\pi r_2^3\left(\dfrac{8-5\sqrt{2}}{12}\right)\cdots$②

…　…

従って、$V_1 = \frac{4}{3}\pi r_2^3 - 4V_0 = \pi r_2^3 \left(\frac{5\sqrt{2}-4}{3}\right)$ ……………………………③

(2) ③に対して、$\frac{d_1}{d_2} = \frac{r_1}{r_2}$ 倍すれば、求める体積 $V$ となる。つまり、

$$V = \frac{5\sqrt{2}-4}{3} r_2^3 \frac{r_1}{r_2}\pi = \frac{5\sqrt{2}-4}{3} r_1 r_2^2 \pi \quad \cdots\cdots④$$

④に $\pi/6$（球積率）を入れるために変形する。また $r$ の代わりに $d$ を用いると、

$$V = \frac{5\sqrt{2}-4}{3}\frac{d_1}{2}\frac{d_2^2}{4}\pi = \frac{5\sqrt{2}-4}{4} d_1 d_2^2 \frac{\pi}{6} \quad \cdots\cdots⑤$$

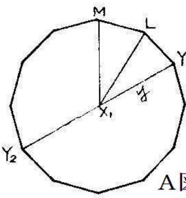
$\frac{5\sqrt{2}}{4} = 1.25\sqrt{2} = \sqrt{3.125}$ だから　$V = \left(\sqrt{3.125}-1\right) d_1 d_2^2 \frac{\pi}{6}$ …………⑥

【３問目】

(1) A図はB図で水平に切断したときの上面図である。

$S = 3y^2$

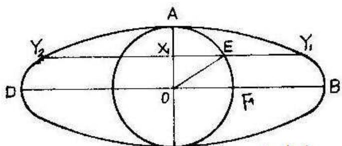
正12辺形の面積 $S$ は、となる。



A図

B図において、

$$X_1E = \sqrt{\left(\frac{d_2}{2}\right)^2 - x^2}$$



B図

また、

$X_1Y_1 : X_1E = OB : OF$　だから

$$y : \frac{\sqrt{d_2^2 - 4x^2}}{2} = \frac{d_1}{2} : \frac{d_2}{2} \qquad \text{つまり}\ y = \frac{d_1}{d_2}\frac{\sqrt{d_2^2-4x^2}}{2}$$

(2)求める体積$V$は、

$$V = 2\int_0^{\frac{d_2}{2}} 3y^2 dx = 2\int_0^{\frac{d_2}{2}} \frac{3d_1^2}{d_2^2}\left(\frac{d_2^2 - 4x^2}{4}\right)dx$$

$$= \frac{3d_1^2}{2d_2^2}\left[d_2^2 x - \frac{4}{3}x^3\right]_0^{\frac{d_2}{2}} = \frac{1}{2}d_1^2 d_2$$

（注）３問目の解法は「埼玉の算額」に依りました。なお、「算法算法雑俎解」「算法求積通考」では長径の球を想定して削積を先に求め、それに（短径／長径）を乗じて解を得ている。

慈光寺観音堂

参考文献
（1）「算法雑俎」（岩井重遠編集・市川行英訂・白石長忠閲）東北大和算ポータルサイト
（2）「算法点竄手引草」（小樽謙編・長谷川寛閲・付秋田義蕃編）東北大和算ポータルサイト
（3）三上義夫「武蔵比企郡の諸算者（5）」（埼玉史談　1941年1月号）
（4）「算法求積通考」（内田久命）筆者蔵
（5）「算法雑俎解」（梅村重得訂）東北大和算ポータルサイト
（6）「市川行英文書」日本学士院所蔵和算資料5657
（7）深川英俊「例題で知る日本の数学と算額」（森北出版　1998年）
（8）三上義夫「算額雑攷」（「文化史上より見たる日本の数学」恒星社厚生閣、昭和59年）

平成二十八年五月二十三日　山口正義